

ПРОСТОЙ АКТИВНЫЙ ЭЛЕМЕНТ. РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА
И ПЕРЕОЦЕНКА БУДУЩЕГО СОСТОЯНИЯ. СИНТЕЗ
ФУНКЦИЙ ДОХОДА

В [1] были введены основные понятия, касающиеся свойств активных элементов /АЭ/, рассмотрены этапы функционирования активной системы и проведен анализ адаптивного и встречного способов формирования информации. Получая тем или иным способом оценки конечного состояния АЭ на планируемый период времени, управляющий орган /УО/ на их основе назначает плановые задания. Простейший способ планирования - назначение в качестве плановых заданий полученных оценок. Важной задачей в этом случае является обеспечение достоверности получаемых УО данных. Как показано в [1], адаптивный способ формирования данных /на основе анализа сведений о действительных $x(k)$ и запланированных $u(k)$ оценках состояний АЭ за прошедшие k периодов функционирования системы/ не обеспечивает их достоверности, поскольку надежность планов в этом случае зависит от степени дальновидности АЭ /то есть от степени дальновидности руководителей подсистем/.

При встречном способе АЭ сообщают в начале каждого периода управляющему органу свои оценки состояния в этом периоде. В этом случае при кусочно-линейной функции дохода АЭ

$$\varphi(u, x) = \begin{cases} x - \alpha(u - x), & x \leq u, \\ x - \beta(x - u), & x \geq u \end{cases} \quad /1/$$

и соответствующем выборе коэффициентов α и β обеспечивается достоверность сообщаемых в УО оценок. В дальнейшем при рассмотрении функционирования активных систем будет отдано предпочтение именно встречному способу также и по причине сравнительной простоты анализа поведения АЭ.

I. Переоценка состояния АЭ и прогноз состояния АЭ

Оценка активным элементом состояния в текущем периоде становится все более точной по мере реализации плана. Эта оценка может отличаться от оценки u , сообщенной в УО,

как в силу случайного характера величины x , так и в силу влияния неопределенных факторов, не учтенных в распределении $F(x)$. Поэтому по мере реализации плана целесообразно допускать переоценку конечного состояния с тем, чтобы УО мог вовремя принять соответствующие меры. Предположим, что переоценка активным элементом своего конечного состояния на рассматриваемый период и соответствующее изменение плана допускается в определенные дискретные моменты времени /дискретность моментов переоценки существенна для исключения возможности возникновения скользящих режимов непрерывной переоценки/. Определим функцию штрафа за переоценку $\xi_t(v_t - u_t)$, зависящую от момента времени t переоценки, от величины u_t назначенного плана на момент t и от новой оценки v_t /и, следовательно, нового плана v_t /. Будем предполагать, что ξ_t - неубывающая функция t и выпуклая вниз функция $x_t = v_t - u_t$, причем $\xi_t(0) = 0$. Пусть τ - один из возможных моментов времени переоценки. Обозначим x_τ - состояние АЭ в момент τ , $F_\tau(x)$ - функция распределения величины x в момент времени τ . Задача заключается в определении величины x_τ изменения оценки. Примем, что допустима только одна переоценка в каждый определенный момент времени τ . Выпишем значение целевой функции в момент τ с учетом $u_\tau = u$:

$$\mu_\tau(1-\beta) + \beta v_\tau - (\alpha + \beta) \int_{v_\tau}^{\infty} F_\tau(x) dx - \xi_\tau(v_\tau - u). \quad /2/$$

Условия оптимальности новой оценки v_τ имеют вид:

$$\frac{\beta - \xi_\tau^+(v_\tau - u)}{\alpha + \beta} \leq F_\tau(v_\tau) \leq \frac{\beta - \xi_\tau^-(v_\tau - u)}{\alpha + \beta}, \quad /3/$$

где $\xi_\tau^+(x)$, $\xi_\tau^-(x)$ - соответственно, правая и левая производные функции ξ_τ по x_τ .

Пусть, например,

$$\xi_\tau(x_\tau) = \begin{cases} \gamma x_\tau \frac{\tau}{T}, & x_\tau \geq 0, \\ -\theta x_\tau \frac{\tau}{T}, & x_\tau \leq 0. \end{cases} \quad /4/$$

Тогда /3/ принимает вид

$$\begin{aligned} F_\tau(v_\tau) &= \frac{\beta - \gamma \frac{\tau}{T}}{\alpha + \beta}, & \text{если } v_\tau > u, \\ F_\tau(v_\tau) &= \frac{\beta + \theta \frac{\tau}{T}}{\alpha + \beta}, & \text{если } v_\tau < u, \\ \frac{\beta - \gamma \frac{\tau}{T}}{\alpha + \beta} &\leq F_\tau(u_\tau) \leq \frac{\beta + \theta \frac{\tau}{T}}{\alpha + \beta}, & \text{если } v_\tau = u. \end{aligned} \quad /5/$$

Важно отметить, что допущение переоценок не влияет на оптимальную оценку u , выбираемую в начале периода. Действительно, в начале периода $\mathcal{F}_\tau(x) = \mathcal{F}(x)$ для любого τ , в частности, и для последнего возможного момента времени τ_s переоценки, определяющего план $v_{\tau_s}^*$. Целевая функция АЭ с учетом всех переоценок запишется в виде:

$$\mu(1-\beta) + \beta v_{\tau_s}^* - (\alpha + \beta) \int_0^{v_{\tau_s}^*} \mathcal{F}(x) dx - \sum_{k=1}^s \xi_{\tau_k} (v_{\tau_k}^* - v_{\tau_{k-1}}^*), \quad /6/$$

где $v_{\tau_0}^* = u$. Легко убедиться, что это выражение достигает максимума при $v_{\tau_k}^* = u$ для всех k , где u определяется из уравнения $\mathcal{F}(u) = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$ ($0 < \beta < 1$), что эквивалентно отсутствию переоценок.

Переходя к рассмотрению случая нескольких моментов времени переоценок $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_s$, заметим, что для кусочно-линейной функции штрафа за переоценку вида /4/ решение о величине изменения оценки в любой момент времени переоценки принимается на основе соотношений /5/, как если бы мы имели дело с единственной переоценкой. Этот факт легко получить, анализируя выражение /6/. При анализе произвольных выпуклых вниз функций штрафа за переоценку следует уже учитывать возможные изменения оценок в будущие моменты переоценок и определять оптимальное изменение оценки в рассматриваемый момент τ из условия максимума выражения /6/. Предполагая для простоты выкладок функции $\xi_{\tau_k}(x_{\tau_k})$ непрерывно дифференцируемыми /обобщение на случай произвольных выпуклых вниз функций элементарно/, выпишем необходимые и достаточные условия максимума выражения /6/:

$$\frac{\partial}{\partial v_{\tau_k}} [\xi_{\tau_k}(v_{\tau_k}^* - v_{\tau_{k-1}}^*)] = - \frac{\partial}{\partial v_{\tau_{k+1}}} [\xi_{\tau_{k+1}}(v_{\tau_{k+1}}^* - v_{\tau_k}^*)], \quad /7/$$

$$\beta - (\alpha + \beta) \mathcal{F}(v_{\tau_s}^*) - \frac{\partial}{\partial v_s} \xi_{\tau_s}(v_{\tau_s}^* - v_{\tau_{s-1}}^*) = 0. \quad /8/$$

Обозначая $v_{\tau_k}^*$ через v , из условий /7/ последовательно выражаем $v_{\tau_k}^*$ через u и v , $k = 2, 3, \dots, s$. Подставляя затем $v_{\tau_s}^*(u, v)$ в /8/, определяем оптимальное значение новой оценки v в зависимости от u .

Пример. Пусть $\xi_\tau(x) = \gamma x^2 \frac{\tau}{T}$.

Из условий /7/ находим

$$v_{\tau k}^* = v^* + \sum_{i=2}^k \frac{\tau_i}{\tau_k} (v^* - u) \quad , \quad k = 2, 3, \dots, s \quad .$$

Подставляя в /8/, получаем:

$$\mathcal{F} \left[v^* + \sum \frac{\tau_i}{\tau_k} (v^* - u) \right] = \frac{\beta - 2 \gamma (v^* - u) \frac{\tau_1}{\tau_s}}{\alpha + \beta} \quad .$$

Неоднократность переоценки является недостатком строго выпуклых /вниз/ функций штрафа за переоценку. Поэтому в качестве функций штрафа целесообразно использовать кусочно-линейные зависимости вида /4/.

Задача переоценки состояния /перепланирования/ была поставлена в работе [2].

Задача прогноза состояния близка к задаче переоценки состояния, отличаясь от нее масштабом времени. Если переоценка касается состояния АЭ в текущем периоде, то прогноз связан с оценкой состояний в будущем. Пусть АЭ осуществляет прогноз своего состояния в некоторый период s . Обозначим:

v^* - оценка прогнозируемой величины, сообщенная в периоде $0 \leq \tau \leq s$, u - оценка прогнозируемой величины, сообщенная активным элементом в предыдущем периоде. Аналогично случаю переоценки определим функцию штрафа $\xi_{\tau}(v_{\tau}^* - u_{\tau})$

за изменение оценки. Функцию ξ_{τ} будем считать выпуклой /вниз/ неотрицательной функцией $x_{\tau} = v_{\tau}^* - u_{\tau}$, причем

$\xi(0) = 0$. Обозначим также $\mathcal{F}(x_{\tau})$ - функция распределения состояния x_s в периоде s , которая известна активному элементу в период $0 \leq \tau \leq s$. Целевая функция активного элемента с учетом штрафа за изменение прогноза во все периоды $k = 0, 1, \dots, s$ запишется в виде

$$(1 - \beta) u + \beta v_s^* - (\alpha + \beta) \int_0^{v_s^*} \mathcal{F}(x) dx - \sum_{k=0}^s \xi_k(v_k^* - v_{k-1}^*) \quad ,$$

где $v_{k-1}^* = u$ - прогноз в предыдущем периоде.

Это выражение аналогично выражению /6/ целевой функции активного элемента в задаче переоценки. Поэтому и оптимальное значение прогнозируемой величины u_0 определяется из соотношения /8/. Так, например, если $\xi_{\tau}(x)$ имеет вид

$$\xi_{\tau}(x_{\tau}) = \begin{cases} \gamma x_{\tau} \frac{1}{s - \tau + 1} & ; \text{если } x_{\tau} \geq 0, \\ -\theta x_{\tau} \frac{1}{s - \tau + 1} & ; \text{если } x_{\tau} \leq 0, \end{cases}$$

то по аналогии с /4/ и /5/ изменение предыдущего прогноза u

не последует, если

$$\frac{\beta - \gamma \frac{1}{s+1}}{\alpha + \beta} \leq \mathcal{F}_0(u) \leq \frac{\beta + \theta \frac{1}{s+1}}{\alpha + \beta} .$$

Выбор величин γ и θ в данном случае позволяет обеспечить требуемую надежность прогноза.

2. Проблема синтеза функций дохода АЭ

Задача анализа функционирования АЭ заключалась в определении надежности оценок состояния активного элемента на этапе формирования данных. Проведенные исследования показали, что надежность оценок в существенной степени определяется видом функции дохода активного элемента. Поэтому, естественно, возникает проблема выбора функций дохода $\Psi(u, x)$ активных элементов, в наибольшей степени отвечающих интересам системы. Рассмотрим активную систему, содержащую n элементов. Обозначим $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - состояние активной системы в рассматриваемом периоде функционирования, x_i - состояние i -го активного элемента, $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ - план активной системы, u_i - план i -го активного элемента, $S_1(x) - S(x-u)$ - функция дохода системы, где составляющая $S(x-u)$ - определяет потери в системе от несоответствия плана и действительного состояния. Задача управляющего органа системы заключается в обеспечении максимума ожидаемого дохода $M_x \{ S_1(x) - S(x-u) \}$. Однако, эту задачу УО не может решить сам по двум причинам. Во-первых, УО не знает функций распределения состояния активных элементов, и, следовательно, не может определить ожидаемый доход. Во-вторых, УО в рассматриваемой нами схеме функционирования не определяет план u , а просто утверждает на этапе планирования полученные от активных элементов оценки состояний. АЭ сообща могли бы решить задачу выбора оптимального для всей системы плана. Однако, они действуют независимо друг от друга, а, кроме того, сообщая оценку состояния, каждый АЭ преследует свои интересы, заключающиеся в обеспечении максимума ожидаемого дохода $M_{x_i} \{ \varphi_i(u_i, x_i) \}$. Следовательно, активные элементы сообщают оценки (u_1, u_2, \dots, u_n) , обеспечивающие максимум функции $\sum_i \gamma_i M_{x_i} \{ \varphi_i(u_i, x_i) \} =$

$= M_x \left\{ \sum_i \gamma_i \varphi_i(u_i, x_i) \right\}$, где $\gamma_i \geq 0$ для всех i . Если бы функция $\sum_i \gamma_i \varphi_i(u_i, x_i)$ была "близка" к функции $S_1(x) - S(x-u)$ в области возможных значений u и x , то план u обеспечивал бы значение ожидаемого дохода системы, близкое к максимальному. Эти рассуждения позволяют поставить проблему синтеза функций дохода как проблему оптимального приближения функции дохода системы с помощью функций $\varphi_i(u_i, x_i)$.

Ограничимся рассмотрением функции дохода $S_1(x) - S(x-u)$, неубывающей по x , с функцией потерь $S(x)$, выпуклой вниз по $x = x-u$, причем $S(0) = 0$. Будем искать функции дохода $\varphi_i(u_i, x_i)$ в виде функций $\xi_1(x_i) - \xi(x_i - u_i)$, неубывающих по x_i , с функциями штрафа $\xi_i(x_i)$, выпуклыми /вниз/ по $x_i = x_i - u_i$, $\xi_i(0) = 0$. В этом случае достаточно определить оптимальное приближение функции потерь $S(x)$ с помощью функций $\xi_i(x_i)$, а затем сделать функцию $\xi_1(x_i) - \xi_i(x_i - u_i)$ неубывающей по x_i соответствующим выбором функции $\xi_i(x_i)$, что не представляет затруднений. Итак, мы пришли к задаче оптимального представления выпуклой /вниз/ функции $S(x)$ в виде $\sum_i \gamma_i \xi_i(x_i)$, где $\gamma_i \geq 0$, $\xi_i(x_i)$ - выпуклые вниз функции x_i . Отметим, что величина $\gamma_i > 0$ не влияет на сообщаемые активными элементами оценки u_i .

Рассмотрим несколько случаев приближенного решения проблемы синтеза.

а/ Пусть $S(x) = \sum_{i=1}^n S_i(x_i)$. В этом случае $\xi_i(x_i) = \gamma_i S_i(x_i)$, где $\gamma_i > 0$ для всех $i = 1, 2, \dots, n$. Заметим, что если $n=1$, то решение проблемы синтеза дает $\xi(x) = \gamma S(x)$.

б/ Пусть вероятность больших отклонений x мала, тогда с достаточной точностью $S(x)$ можно представить в виде $S(x) = \sum_{i=1}^n S_i(x_i)$, где

$$S_i(x_i) = \begin{cases} \frac{\partial S^+(0)}{\partial x_i} x_i, & \text{если } x_i \geq 0, \\ \frac{\partial S^-(0)}{\partial x_i} x_i, & \text{если } x_i \leq 0. \end{cases}$$

Получаем случай (а) и, следовательно, $\xi_i(x_i) = \gamma_i S_i(x_i)$, $\gamma_i > 0$ для всех $i = 1, 2, \dots, n$.

Заметим, что в данном случае решением проблемы синтеза являются кусочно-линейные функции штрафа с коэффициентами

$$\beta_i = \frac{\partial S_i^*(0)}{\partial z_i}, \quad \alpha_i = -\frac{\partial S_i^*(0)}{\partial z_i}.$$

в/ Пусть мала вероятность больших значений z_i для более чем одного активного элемента. Тогда хорошее приближение обеспечивает функция $\xi_i(z_i) = \beta_i^* S_i(z_i)$, где

$$S_i(z_i) = S(z) \Big|_{z_j=0} \quad \text{для всех } j \neq i, \quad \beta_i^* > 0 \quad \text{для всех } i.$$

г/ Поскольку величина коэффициентов β_i^* не влияет на оценку u_i , то при ограниченной области изменения z можно без ограничения общности искать приближение функции $S(z)$ в классе функций $\sum_i \xi_i(z_i) \geq S(z)$, $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$.

В этом случае сумма ожидаемых штрафов активных элементов дает оценку сверху ожидаемого штрафа системы $M_x \{S(x-u)\}$.

Хорошим приближением для выпуклых вниз функций $S(z)$ является $\xi_i(z_i) = \frac{1}{n} S_i(n z_i)$, где $S_i(n z_i)$ определяется аналогично случаю в/. Действительно, обозначим точку, такую, что $z_i^i = z_i$, $z_i^j = 0$ для всех $i \neq j$.

Тогда
$$S(z) = S\left[\sum_{j=1}^n \frac{1}{n} (n z_j^j)\right] \leq \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n S(n z_j^j) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n S_j(n z_j).$$

Рассмотренные случаи носят характер практических рекомендаций при выборе функций дохода активных элементов.

Пример 1.

$$S(z) = \begin{cases} \beta \left(\sum_i z_i\right) & , \text{если } \sum z_i \geq 0, \\ -\alpha \left(\sum_i z_i\right) & , \text{если } \sum z_i \leq 0, \end{cases}$$

где $\alpha, \beta > 0$.

Если имеет место случай в/, то

$$\xi_i(z_i) = \begin{cases} \beta_i^* \beta z_i & , \text{если } z_i \geq 0, \\ -\beta_i^* \alpha z_i & , \text{если } z_i \leq 0. \end{cases}$$

Как легко убедиться, такой же вид функции штрафа имеют и для случаев в/ и г/.

Пример 2.

$$S(z) = \theta \left(\sum_i z_i\right)^2, \quad \text{где } \theta > 0.$$

Малые отклонения для рассматриваемой функции потерь нечувствительны для системы, поэтому функции штрафа следует определять с расчетом на большие отклонения.

Если имеет место случай /в/, то

$$\xi_i(x_i) = \gamma_i x_i^2, \text{ где } \gamma_i > 0.$$

Для случая /г/ справедливо

$$\xi_i(x_i) = \gamma_i \frac{1}{n} (n x_i)^2 = \gamma_i n x_i^2.$$

Учитывая, что положительный множитель не играет роли, мы получаем в обоих случаях один и тот же вид функции потерь $\xi_i(x_i) = \gamma_i x_i^2$.

Заметим, что при функции потерь системы вида $\theta(\sum_i x_i)^2$ минимум ожидаемых потерь обеспечивается при плане $u = \sum u_i = \mu$, где μ - ожидаемое значение величины $\sum_{i=1}^n x_i$. При функции штрафа $\gamma_i x_i^2$ и неубывающей по x_i функции дохода АЭ сообщает оценку $u_i = \mu_i$. Для суммы случайных величин имеет место $\mu = \sum \mu_i$. Таким образом, в данном случае функции штрафа $\gamma_i x_i^2$ дают оптимальное решение проблемы синтеза функции дохода.

Поставленная здесь проблема синтеза позволяет связать целевую функцию системы с целевыми функциями активных элементов. Ее решение обеспечит возможность получения плана активной системы, близкого к оптимальному, на основе оценок состояний, сообщаемых активными элементами. Интересно отметить, что в случае малых отклонений от плана оптимальное решение проблемы синтеза обеспечивает кусочно-линейные функции штрафа вида /I/.

Простой механизм взаимодействия активного элемента и управляющего органа, заключающийся в назначении плана каждому активному элементу на основе только его оценки и независимо от оценок других активных элементов, может привести к недопустимому плану системы /например, если продукция одного предприятия необходима как сырье для второго/. Более сложным механизмом взаимодействия является назначение планов каждому активному элементу в зависимости от оценок всех /или некоторых/ активных элементов, то есть $u_i = f_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$, где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Анализ поведения активных элементов при таком механизме назначения планов качественно отличается от анализа простых механизмов.

Действительно, сообщая оценку z_i , активный элемент не знает оценок остальных активных элементов, а значит, и не знает плана u . Ситуация носит игровой характер. Для иллюстрации рассмотрим простой пример, когда всем активным элементам назначается одинаковый план $u = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$, равный среднему значению оценок z_i /такая ситуация может, например, соответствовать процедуре установления плана близким предприятиям объединения/. Под решением игры будем понимать точку равновесия в смысле Нэша, то есть такую точку $z^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*)$, что каждому активному элементу выгодно сообщать оценку z_i^* , если остальные активные элементы сообщают оценки z_j^* ($j \neq i$). Пусть оценки z_i могут принимать значения на отрезке $[0, M]$. Обозначим v_i^* — "выгодный" для i -го активного элемента план, то есть план, обеспечивающий максимум его целевой функции /примем для упрощения выкладок, что все v_i^* различны и $v_1^* < v_2^* < \dots < v_n^*$ /. В этом случае для любого M существует единственная точка равновесия. Для ее определения заметим, что M может принадлежать либо одному из отрезков $[\frac{n}{n-i+1} v_i^*; \frac{n}{n-i} v_i^*]$ $i=1, 2, \dots, n$, либо одному из интервалов $(\frac{n}{n-i} v_i^*; \frac{n}{n-i} v_{i+1}^*)$, $i=1, 2, \dots, n-1$. Если $M \in [\frac{n}{n-s+1} v_s^*; \frac{n}{n-s} v_s^*]$, то план $u = v_s^*$, $z_i = M$ для всех $i > s$, $z_i = 0$ для всех $i < s$ и $z_s = n v_s^* - (n-s)M$. Если $M \in (0, v^*)$, то план $u = M$, $z_i = M$ для всех i . Если $M \in (\frac{n}{n-i} v_s^*; \frac{n}{n-i} v_{s+1}^*)$ ($s < n$), то $u = \frac{(n-i)M}{n}$, $z_i = M$, для всех $i > s$ и $z_i = 0$ для всех $i \leq s$. Для активных элементов, сообщивших оценку $z_i = 0$, надежность плана u не выше чем $\frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i}$, для активных элементов, сообщивших оценку $z_i = M$, надежность плана u не ниже чем $\frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i}$, и, наконец, для активных элементов, сообщивших оценку $0 < z_i < M$, надежность плана u равна $\frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i}$. Очевидно, такую информацию о надежности плана нельзя признать удовлетворительной. Кроме того, нельзя пренебрегать на практике и отрицательным психологическим воздействием факта несовпадения предлагаемого активным элементом плана z_i и назначенного ему плана u . Таким образом, отказываясь

от простого утверждения в качестве плана сообщенной активным элементом оценки, управляющий орган уже не может, как правило, быть уверенным в достоверности полученных оценок и надежности назначенных на основе этих оценок планов. Наоборот, утверждение сообщенных активными элементами оценок в качестве планов позволяет управляющему органу устойчиво получать достоверную информацию. Такой механизм взаимодействия является, по сути дела, реализацией правила: "назначать активным элементам только выгодные для них планы". Развитием этого правила является принцип согласованного управления, который рассматривается в работе [3]. Возможна ли реализация этого правила при адаптивном способе формирования данных? Если рассматривать случай функции дохода I со значением коэффициента $0 < \beta < 1$, то "выгодный" для активного элемента план имеет надежность $1 - F(u) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$, и это известно УО. Не зная функции распределения $F(x)$, УО не может, конечно, назначить такой план. Однако он может оценить $F(x)$ на основе известных состояний в предыдущие периоды и соответственно назначить план в текущем периоде. Такой оценкой, как известно, является $\hat{F}_k(x)$, равная относительному числу состояний x_s , меньших, чем x . Из уравнения $F_k(u) = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$ УО может определить план u_{k+1} . Заметим, что приближенная оценка $F(x)$ на основе только конечного числа k прошлых периодов приводит к простому правилу назначения плана: выбрать $\left[\frac{k\beta}{\alpha + \beta} \right]$ самых плохих из k предыдущих реализаций и в качестве плана назначить самую лучшую из них $[\alpha]$ - ближайшее к α целое число, не меньше α .

Взаимосвязка планов различных активных элементов при сохранении правила "выгодности" планов будет возможна, если у каждого активного элемента будет не единственный выгодный план, а целое множество таких планов. Это достигается путем введения в функцию дохода активного элемента управления λ , выбираемого управляющим органом на этапе планирования. Управление λ может соответствовать ценам на сырье или на производимую продукцию, количеству ресурсов, распределяемых централизованно, и т.д. В этом случае при различных λ для активно-

го элемента "выгодными" будут различные планы $u(\lambda)$, что расширяет возможности взаимоувязки планов.

Литература

1. Горгидзе И.А., Ивановский А.Г., Немцева А.Н. Простой активный элемент. Сб. "Активные системы", М., ИАТ, 1973.
2. Ивановский А.Г. Задачи стимулирования и получения объективных оценок в активных системах. "Автоматика и телемеханика", 1970, № 8.
3. Бурков В.Н. Принцип согласованного управления. Настоящий сборник.