А.Г. Ивановский, С.К. Мурзаев

МЕХАНИЗМЫ КОРРЕКТИРОВКИ ПЛАНОВ В ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ

В практике управления к производственным системам предъявляется ряд требований, обусловленных необходимостью их планомерного и пропорционального развития, стабильного и сбалансированного функционирования. Эти требования связаны с ограничениями как общего, так и частного характера, например, ресурсными, транспортными, финансовыми и другими. В связи с этим в системе, как правило, необходимо достигнуть только определенного уровня взаимосвязанных показателей плана. Например, выпуск одними производственными организациями продукции в количествах, не предусмотренных планом, нарушает сбалансированность разработанных планов других производственных организаций. В таких случаях планирующему органу необходимо решать задачу корректировки планов производственных организаций и обеспечения на этой основе сбалансированности текущего плана всей производственной системы. При корректировке планов могут возникнуть ситуации, анализ которых необходим с целью разработки эффективных механизмов управления.

I. Постановка задачи

Рассмотрим двухуровневую иерархически организованную производственную систему, состоящую из планирующего органа (ПО) и множества $I=\{i \mid i=1,2,\ldots,n\}$ хозяйственных организаций (ХО), производящих взаимозаменяемую продукцию. Предположим, что в системе сложилась ситуация, когда $\sum_{i\in I} x_i^o < P$, где x_i^o – директивно установленный ПО план i-й ХО; P – потребность в продукции, выпускаемой всеми ХО. На практике в таких случаях в результате применения ПО различных стимулирующих механизмов (материального поощрения, соревнования и других) ХО становятся заинтересованными выдвигать планы выпуска продукции, превышающие по величине установленные директивно (см., например, [1]). Обозначим x_i' оценку плана, выдвинутого i-й ХО. В дальнейшем будем предполагать, что $x_i' \in [x_i^o, R_i]$, где R_i –

предельное значение оценки плана, которую может представить в ПО каждая ХО, руководствуясь, например, допустимым значением надежности выполнения плана. С учетом информации о дополнительных возможностях ХО $x' = \{x_i' \mid 0 < x_i^o \leq x_i'\}$ ПО устанавливает (утверждает) новый план системы $\bar{x} = \{\bar{x}_i \mid x_i^o \leq \bar{x}_i \leq x_i'\}$. Примем, что утвержденному плану каждой ХО соответствует целевая функция $\psi_i(\bar{x}_i)$; это может быть прибыль, фонд экономического стимулирования, фонд материального поощрения и т.д. Пусть $\hat{x}_i$ план i-й ХО, максимизирующий ее целевую функцию и $x_i^o < \hat{x}_i < R_i$. Естественно полагать, что каждая ХО стремится сообщить такую оценку x_i', которая обеспечивает значение $\bar{x}_i = \hat{x}_i$. В ряде случаев возможны ситуации, когда $P < \sum_{i \in I} \hat{x}_i$ (т.е. $\bar{x}_i \leq \hat{x}_i$). В этом случае ПО необходимо использовать некоторую процедуру назначения планов, обеспечивающую выполнение условия баланса $\sum_{i \in I} \bar{x}_i = P$. Процедуры назначения планов, реализующие условие баланса, назовем механизмами корректировки. В этом случае задачей ХО будет определение таких оценок планов производства, которые максимизируют выбранную целевую функцию ХО в условиях возможной корректировки выдвинутых планов. Задача ПО заключается в синтезе такого механизма корректировки, который реализовал бы условия баланса и некоторые специальные требования по надежности, достоверности и т.п. выдвигаемых планов.

Рассмотрим механизмы симметричной и несимметричной корректировки [2], которые обеспечивают выполнение указанных условий. В первом случае планы всех ХО пропорционально снижаются до необходимого уровня по правилу: $\bar{x}_i = x_i^o + k \Delta x_i'$, $0 < k < 1$, $\Delta x_i' = x_i' - x_i^o$. Во втором случае ХО упорядочиваются по признаку убывания оценок и утверждение планов ведется в таком же порядке по правилу: $\bar{x}_i = x_i^o + k_i \Delta x_i'$, $0 \leq k_i \leq 1$.

2. Механизм симметричной корректировки

При использовании механизма симметричной корректировки (МСК) планы ХО могут определяться следующим образом:

$$\bar{x}_i = x_i^o + (x_i' - x_i^o)\left(P - \sum_{j \in I} x_j^o\right) \Big/ \sum_{j \in I} (x_j' - x_j^o). \qquad (1)$$

Очевидно, если применять МСК, взаимодействие ХО будет носить игровой характер: получаемый ХО план (и, следовательно, значение целевой функции) зависит не только от оценки x_i', но и от оценок всех остальных ХО, т.е. $\bar{x}_i = \bar{x}_i(x')$. ПО, фиксируя механизм корректировки планов, по существу определяет игру с ненулевой суммой n лиц (ХО) с непротивоположными интересами. Интересы участников игры представлены в виде однотипных функций выигрыша $\psi_i = \psi_i(\bar{x}_i[x'])$, где оценки x_i' являются стратегиями ХО, а совокупность оценок $x' = \{x_i'\}$ определяет ситуацию игры. Под решением соответствующей игры будем понимать ситуацию, когда i-й ХО выгодно придерживаться стратегии x_i^*, если остальные ХО придерживаются стратегии $\{x_j^*\}, j \neq i, (j, i \in I)$, т.е. равновесия по Нэшу. Обозначим: $v_i = x_i' - x_i^o$, $u_i = \bar{x}_i - x_i^o$, $\mathcal{D} = P - \sum_{i \in I} x_i^o$, $r_i = R_i - x_i^o$, $\hat{u}_i = \hat{x}_i - x_i^o$. С учетом введенных обозначений функцию выигрыша ХО можно представить так: $\varphi_i = \varphi_i(u_i[v])$, здесь $v = \{v_i\}$. Будем полагать, что функция выигрыша ХО непрерывно дифференцируема, строго выпукла вверх, причем $\varphi_i(0) = 0$. Выражение (I) в этом случае примет вид

$$u_i = v_i \mathcal{D} \Big/ \sum_{j \in I} v_j . \tag{2}$$

Очевидно, что при $\mathcal{D} < \sum_{i \in I} \hat{u}_i$ и использовании МСК выигрыши ХО могут быть увеличены лишь за счет выбора стратегий $v_i \in [\hat{u}_i, r_i]$. Для некоторого набора оценок $\{v_i\}$ выражение для оптимальной оценки $\hat{v}_i$ будет иметь вид:

$$\hat{v}_i = \hat{u}_i \cdot \sum_{j \in I} v_j / \mathcal{D}. \tag{3}$$

В ряде случаев оценка v_i может превышать значение r_i. Обозначим через I_1 множество ХО, для которых $\hat{v}_i \geq r_i$, а через I_2 — множество ХО, для которых $\hat{v}_i < r_i$. Нетрудно показать, что множество I_1 составляют ХО, для которых выполняются условия:

$$(r_i / \hat{u}_i) \leq \Big(\sum_{j \in I} v_j / \mathcal{D} \Big).$$

Обратное соотношение устанавливает признак принадлежности ХО к множеству I_2.

В общем случае справедливо следующее утверждение.

Утверждение I. Если $I_1 \neq \emptyset$ и $I_2 \neq \emptyset$, то при использовании МСК равновесным стратегиям ХО соответствуют оценки:

а) $v_i^* = r_i$, для всех $i \in I_1$;

б) $v_i^* = \hat{u}_i \cdot \dfrac{\sum_{j \in I_1} r_j}{\mathcal{D} - \sum_{j \in I_2} \hat{u}_j}$, для всех $i \in I_2$.

Доказательство первой части утверждения следует из того факта, что функция выигрыша ХО монотонно возрастает при $v_i < \hat{u}_i$ и монотонно убывает при $v_i > \hat{u}_i$, а назначаемый план есть монотонно-возрастающая функция v_i. Действительно, стремление ХО получить оптимальные планы, побуждает их завышать свои оценки. Максимальная оценка, которую могут предложить ХО, ограничивается значением r_i. Эта оценка и будет равновесной для i-й ХО, $i \in I_1$. Для доказательства второй части утверждения предположим, что все ХО сообщают свои равновесные оценки. Выражение (3) для ХО $i \in I_2$ в этом случае примет вид

$$\hat{v}_i = \hat{u}_i \Big(\sum_{j \in I_1} r_j + \sum_{j \in I_2} \hat{v}_j \Big) \Big/ \mathcal{D}. \tag{4}$$

После несложных преобразований имеем:

$$\sum_{j \in I_2} \hat{v}_j = \sum_{j \in I_1} r_j \sum_{j \in I_2} \hat{u}_j \Big/ \Big(\mathcal{D} - \sum_{j \in I_2} \hat{u}_j \Big).$$

Подстановка последнего выражения в (4) завершает доказательство.

Из выражения (2) следует, что планы в ситуации равновесия имеют вид

$$u_i^* = r_i \Big(\mathcal{D} - \sum_{j \in I_2} \hat{u}_j \Big) \Big/ \sum_{j \in I_1} r_j, \quad \text{для всех } i \in I_1,$$
$$u_i^* = \hat{u}_i, \quad \text{для всех } i \in I_2.$$

Рассмотрим два частных случая задания множеств I_1 и I_2.

I. Пусть $I_2 = \emptyset$, тогда $I = I_1$. Равновесными оценками всех ХО будут $v_i^* = r_i$. При $r_i = r$ для всех $i \in I$ соответствующие планы будут равны: $u_i^* = \mathcal{D}/n$.

2. Пусть $I_1=\varnothing$, тогда $I=I_2$. Равновесные оценки и соответствующие им планы всех ХО будут равны: $\vartheta_i^*=u_i^*=\hat{u}_i$.

Остановимся на содержательной интерпретации рассмотренных обоих случаев. Случай, когда $I=I_1$, означает, что потребность ПО значительно мала по сравнению с предлагаемым выпуском продукции, т.е. $\mathcal{D}\ll\sum_{i\in I}\hat{u}_i$. Случай, когда $I=I_2$, наоборот, означает, что потребность ПО очень велика, т.е. $\sum_{i\in I}\hat{u}_i\ll\mathcal{D}$, игры (корректировки) нет и все выдвинутые планы утверждаются. Случай, когда $I_1\neq\varnothing$ и $I_2\neq\varnothing$, означает, что в системе присутствуют ХО с разными возможностями, причем, выполняется соотношение такое, что, если $r_i=r$ для всех $i\in I$, то:

$$n\min_{i\in I}\{\hat{u}_i\}<\mathcal{D}<n\max_{i\in I}\{\hat{u}_i\}.$$

Заметим, что в последнем случае, если над элементами $\{\hat{u}_i\}$ установлено отношение строгого упорядочения, то равновесные стратегии ХО совпадают с результатами, полученными в [3] при исследовании эффективности законов жесткой централизации.

3. Механизм несимметричной корректировки

Функционирование механизма несимметричной корректировки (МНК) можно описать следующим образом. Пусть совокупность выдвинутых оценок планов $\{\vartheta_i\}$ упорядочена так, что:

$$\vartheta_1>\vartheta_2>\ldots>\vartheta_{n-1}>\vartheta_n>0, \tag{5}$$

причем, $\vartheta_1<\mathcal{D}$. В этом случае планы игроков, назначаемые по правилу $u_i=k_i\vartheta_i$, определяются так: $u_1=\vartheta_1$, здесь $k_1=1$ и определяется остаточная потребность после первого шага $\mathcal{D}_1=\mathcal{D}-u_1$. Далее, если $\vartheta_2<\mathcal{D}_1$, то $k_2=1$, здесь также $u_2=\vartheta_2$ и определяется остаточная потребность второго шага: $\mathcal{D}_2=\mathcal{D}_1-u_2$. Если же $\mathcal{D}_1<\vartheta_2$, то $0<k_2<1$ и $u_2=k_2\vartheta_2=\mathcal{D}_2$, а $k_3=k_4=\ldots=k_n=0$. В результате применения такой многошаговой процедуры МНК формирует три группы ХО: первая – планы которым утверждаются на уровне выдвинутых оценок; вторая - планы которым утверждаются ниже их оценок, но выше директивных; третья - планы которым утверждаются на уровне директивных.

Состояние планов $\{u_i\}$ после применения процедуры МНК по отношению к выдвинутым оценкам $\{\vartheta_i\}$ будем различать с помощью понятия "ядро". Далее будем говорить, что первая группа ХО находится в ядре T, вторая — в ядре М и третья — в ядре L, т.е.

$$
\begin{aligned}
T &= \{ i \mid 0 < u_i = \vartheta_i \}, \\
M &= \{ i \mid 0 < u_i < \vartheta_i \}, \qquad (6) \\
L &= \{ i \mid 0 \le \vartheta_i ,\ u_i = 0 \}.
\end{aligned}
$$

Нетрудно видеть, что в общем случае в зависимости от соотношения величин $\mathcal{D}$ и $\sum\limits_{i\in I} \vartheta_i$ возможны различные ситуации распределения ХО по ядрам. Справедливо следующее утверждение.

<u>Утверждение 2</u>. Если над элементами множества $\{\vartheta_i\}$ установлено отношение строгого упорядочения и существует соотношение такое, что $\mathcal{D} < \sum\limits_{i\in I} \vartheta_i$, то существует три двухядерных ситуации и одна трехядерная.

Действительно, пусть упорядоченность $\{\vartheta_i\}$ имеет вид (5). Обозначим через: $\mathcal{D} < \sum\limits_{i\in I} \vartheta_i$ — первоначальную потребность, т.е. $\mathcal{D}_0 = \mathcal{D}$; $\mathcal{D}_i$ - остаточную потребность после i-го шага назначения плана. Тогда, если $\mathcal{D}_0 < \vartheta_1$, то $u_1 = \mathcal{D}_0$, здесь $0 < k_1 < 1$, а $k_2 = k_3 = \ldots = k_n = 0$. Следовательно, существуют LM ядра. Если $0 < \mathcal{D}_{n-1} < \vartheta_n$, то $u_n = \mathcal{D}_{n-1}$ здесь $0 < k_n < 1$, а $k_1 = k_2 = \ldots = k_{n-1} = 1$ и существуют МТ ядра. Пусть $\mathcal{D}_{i-1} = \vartheta_i$, где $1 \le i < n$. В этом случае $u_i = \mathcal{D}_{i-1}$, здесь $k_1 = k_2 = \ldots = k_i = 1$, а $k_{i+1} = k_{i+2} = \ldots = k_n = 0$. Тогда существуют LT ядра. Если же $\mathcal{D}_{i-1} < \vartheta_i$, где $1 < i < n$, то $u_i = \mathcal{D}_{i-1}$ и $0 < k_i < 1$, а $k_1 = k_2 = \ldots = k_{i-1} = 1$ и $k_{i+1} = k_{i+2} = \ldots = k_{n-1} = k_n = 0$; в этом случае существуют LMT ядра.

Заметим, что число элементов в ядрах LT, LM и MT колеблются от I до $n-1$, а в ядрах LMT — от I до $n-2$.

Ранее предполагалось строгое упорядочение выдвинутых оценок планов и, как следствие этого, в ядре M могло находиться не более одной ХО. Если некоторое подмножество

I' ХО выдвинули равные оценки такие, что выполняется условие $\mathcal{D}' < \sum_{i \in I} v_i$, где $\mathcal{D}'$ – потребность последнего шага назначения планов, и нет условий на приоритеты распределения плановых заданий, то подмножества I' и M совпадают. В этом случае планы ХО $i \in I'$ могут определяться по правилу $u_i = k v_i$, где $0 < k < 1$. Это означает, что результаты анализа МСК распространяются с точностью до обозначений на ХО, находящихся в ядре М.

В дальнейшем без ограничения общности будем полагать, что над элементами множества $\{v_i\}$ установлено отношение строгого упорядочения. В противном случае, ПО всегда может добиться этого, установив дополнительные условия приоритета на элементы множеств I', например, отдавая предпочтение в первую очередь ХО, которые ранее выдвигали более напряженные планы, директивные планы которых выше и т.д. В дальнейшем будем считать также, что оптимальные планы $\{\hat{u}_i\}$ ХО отличаются друг от друга.

Очевидно, что при действии МНК взаимодействие ХО также будет носить игровой характер. Рассмотрим стратегии, гарантирующие игрокам нахождение в выигрышных ядрах. Заметим, что по определению (6) выигрышными являются лишь ядра M и T. Применение каждым игроком принципа гарантированного результата доставляет каждому игроку выигрыш

$$\varphi_i^r(v_i^r) = \max_{v_i} \min_{v_{j \neq i}} \varphi_i(u_i[v]).$$

Рассмотрим случай существования LMT ядер. Возможности игроков будем называть однородными, если упорядоченности их оптимальных планов соответствует упорядоченность их предельных возможностей, т.е. $\{r_i\}$. Обозначим: $\tilde{r} = \max_{i \in L} \{r_i\}$; δ – малое положительное число. Имеет место следующее утверждение.

<u>Утверждение 3.</u> Если возможности игроков однородны и существуют условия такие, что $\hat{u}_{i \in M} < \tilde{r} < \min_{i \in T} \{\hat{u}_i\}$, то выбор игроками стратегий $v_{i \in M}^r = \tilde{r} + \delta$ и $v_{i \in T}^r = r_{i \in M} + \delta$ гарантирует нахождение в M и T ядрах соответственно.

Доказательство непосредственно следует из определения гарантированного выигрыша. Отметим только следующее. Для игроков $i \in M$ планы, соответствующие гарантирующей стратегии равны $u_i^r = \mathcal{D}^k$, где $\mathcal{D}^k = \mathcal{D}_0 - \sum_{i \in T} u_i$. Для игроков $i \in L$ гарантирующими стратегиями являются любые стратегии вида $v_i^r = \lambda r_i$, где $0 \leq \lambda \leq 1$, при этом они "гарантируют" себе "выигрыши" $\varphi_i^r(v_i^r) = 0$.

Рассмотрим некоторые случаи выбора стратегий (назовем их рациональными) в условиях МНК, когда дополнительный анализ игры позволяет уточнить стратегии.

<u>Утверждение 4</u>. Если возможности игроков однородны и существуют такие условия, что $\hat{u}_{i \in M} < \max\limits_{i \in L}\{r_i\} < \min\limits_{i \in T}\{\hat{u}_i\}$, то рациональными стратегиями игроков будут:

$$v_i^p = \hat{u}_i \text{, для } i \in T \text{ ,}$$
$$v_i^p = \max\limits_{i \in L}\{r_i\} + \delta \text{, для } i \in M \text{ .}$$

Действительно, пусть первоначально все игроки выдвинули оценки $v_i = \hat{u}_i$ и распределились по ядрам LMT. Из условия утверждения вытекает, что среди игроков $i \in L$ есть игроки, которые могут увеличить свой выигрыш переходом в ядро M, для этого им достаточно сообщить оценку $v_i > \hat{u}_{i \in M}$. Очевидно, что в этих условиях для сохранения своего положения игроку $i \in M$ необходимо выдвинуть гарантирующую оценку, определяемую величиной $v_i^r = \max\limits_{i \in T}\{r_i\} + \delta$. При этом выигрыш игрока $i \in M$ определяется величиной $\mathcal{D}^k$, где $\mathcal{D}^k = \mathcal{D}_0 - \sum_{i \in T} \hat{u}_i$. Если $\min\limits_{i \in T}\{\hat{u}_i\} < r_{i \in M}$ и $\mathcal{D}^k < u_i^1$, где u_i^1 есть решение уравнения $\varphi_i(u_i) = \varphi_i(r_i)$, $u_i^1 < \hat{u}_i$, то игрок $i \in M$ переходом в ядро T может увеличить свой выигрыш. Для этого ему необходимо выдвинуть оценку, превышающую значение $\min\limits_{i \in T}\{\hat{u}_i\}$, например, на величину δ_1 (δ_1 – малая положительная величина, обеспечивающая соответствующий переход). Игрок, оказавшийся в ядре M, получит план (а, следовательно, и выигрыш) меньший, чем ранее в ядре T. Поэтому с его стороны может последовать ответ в виде оценки $v_i = \hat{u}_i + \varepsilon_1$, где $\varepsilon_1 > \delta_1$, которая возвращает его в ядро T. Этот процесс ограничивается оценкой $v_i = r_i$, которую может выдвинуть игрок $i \in M$, причем его финал ему не выгоден, т.к. санкция игроков $i \in T'$, где $T' = \{i \mid \hat{u}_{i \in T} < r_{i \in M}\}$, в виде стратегий $v_i = r_{i \in M} + \delta$

может значительно уменьшить его выигрыш. Финальная ситуация не выгодна и игрокам $i\in T'$, т.к. $\partial\varphi_i/\partial u_i<0$, если $\hat{u}_i<u_i$. В связи с этим рациональной стратегией игроков $i\in M$ является возврат к своей гарантирующей стратегии.

Переход игрока $i\in M$ в ядро T может быть не выгоден ему и без санкций со стороны игроков $i\in T'$, если $u_i^{\ell}<\mathcal{D}^k$, где u_i^{ℓ} есть решение уравнения $\varphi_i(u_i)=\varphi_i(\tilde{u})$ и $u_i^{\ell}<\hat{u}_i$. Здесь $\tilde{u}=\min_{i\in T}\{\hat{u}_i\}$.

В этих условиях стратегия $v_i^{\prime}=\hat{u}_i$ игроков $i\in T$ является не только рациональной, но и оптимальной.

<u>Следствие</u>. Рациональные стратегии игроков не изменяются, если существуют условия такие, что $T_{i\in M}<\tilde{u}$.

В рассмотренном выше случае LMT ядра существуют не только когда $\mathcal{D}^k<\hat{u}_{i\in M}$, но и при $\mathcal{D}^k<\hat{u}_{i\in M}+\Delta$, где $\Delta=\max_{i\in L}\{T_i\}-\hat{u}_{i\in M}$. Отметим, что если $\hat{u}_{i\in M}<\mathcal{D}^k$, то между игроками $i\in M$ и $i\in L$ возможна игра с обменом информации, при котором игроки, участвующие в такой "коалиции", увеличивают свой выигрыш. Игрокам $i\in L$ становится выгодно, когда игрок $i\in M$ выдвигает оценку $v_i<\mathcal{D}^k$ и переходит в ядро T, а остаточную потребность в виде $\mathcal{D}^{\ell}=\mathcal{D}^k-v_i$ "передает" игрокам $i\in L$. Игроки, получающие остаток $\mathcal{D}^{\ell}$, естественно при этом должны выдвинуть оценки меньшие, чем оценка, которую выдвинет игрок, находившийся в ядре M, например, на величину Δ^k, которая обеспечивает межядерный переход. Очевидно, что в таком случае игроку $i\in M$ выгодно снизить свою оценку лишь до величины $\hat{u}_i$. В ядре L выделим подмножество L' игроков, которые могут вступить в игру с обменом информации. Очевидно, что элементы подмножества L' такие, что $L'=\{i\,|\,\hat{u}_{i\in M}-\Delta^k<T_i\}$, переходят в ядро M, а игроки $L''=L/L'$ будут находиться в ядре L. Таким образом, справедливо утверждение.

<u>Утверждение 5.</u> Если существуют условия такие, что $\hat{u}_{i\in M}<\max_{i\in L}\{T_i\}<\min_{i\in T}\{\hat{u}_i\}$ и $\hat{u}_{i\in M}<\mathcal{D}^k$, то игроки $i\in M$ и $i\in L'$ могут увеличить свои выигрыши в игре с обменом информации.

Следствие I. Если ядро L' содержит более одного элемента и $L'=L$, то LMT ядра сохраняются.

Следствие 2. Если ядро L' содержит более одного элемента и $L=L'$, то LMT ядра вырождаются в MT ядро.

*

* *

I. Из анализа рассмотренных механизмов корректировок следует, что при упорядоченности возможностей ХО и рациональном поведении участников игровых ситуаций механизм симметричной корректировки полнее обеспечивает ПО информацией о возможностях ХО.

2. При тех же условиях механизм несимметричной корректировки обеспечивает ПО более надежной информацией и сообщаемые оценки близки к оптимальным планам ХО или совпадают с ними.

3. Механизм симметричной корректировки можно рассматривать как частный случай механизма несимметричной корректировки. В случае, если все ХО расположены в ядре M, то механизм несимметричной корректировки вырождается в механизм симметричной корректировки.

Литература

I. Ивановский А.Г., Мурзаев С.К., Гетьман О.А. Анализ современных механизмов стимулирования. Сб. Механизмы стимулирования в системе исследование-производство.-М.: Институт проблем управления, 1978.

2. Ивановский А.Г., Мурзаев С.К. Деловая игра "Стимулирование производства". Материалы IУ семинара социалистических стран по проблемам имитационных игр. Часть I. Варшава, Ин-т организации управления и повышения квалификации руководящих кадров, 1977.

3. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем.-М.: "Наука", 1977.