РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ (ИПУ РАН)

М.В. Белов, Д.А. Новиков

МОДЕЛИ ТЕХНОЛОГИЙ

Москва
2018

УДК 1:007
Б 43

БЕЛОВ М.В., НОВИКОВ Д.А. **Модели технологий**. – М.: Ленанд, 2019. – 160 с.

ISBN 978-5-9710-5982-0

Книга посвящена развитию методологии комплексной деятельности за счет дополнения ее набором взаимосвязанных математических моделей разработки, освоения, применения и модернизации технологий.

Первая глава посвящена общим моделям технологии комплексной деятельности, во второй главе рассматриваются модели разработки и освоения технологии, в третьей – модели управления технологией. В четвертой главе анализируются проблемы сложности и погрешности решения задач синтеза/оптимизации технологии.

Книга ориентирована на специалистов, занимающимися исследованиями общих принципов организации деятельности и управления сложными организационно-техническими системами.

© М.В. Белов, Д.А. Новиков, 2018
© Ленанд,
оформление, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Историю развития человечества, без сомнения, можно назвать «историей технологий». В этом есть и сутевая составляющая (действительно, именно технологии востребованы экономикой и обществом, они развиваются опережающими темпами, являются системообразующими для любого производства и обеспечивают существование и развитие человечества) [11, 35, 117], и популистская – модные словосочетания «технологическая революция», «нанотехнологии», «конвергентные технологии», «нейротехнологии», «цифровые технологии», … регулярно и быстро сменяют друг друга, вызывая снисходительную улыбку у профессионалов и мешанину в голове обывателя.

Словарь русского языка С.И. Ожегова определяет технологию[1] (от др.-греч. τέχνη — искусство, мастерство, умение; λόγος — «слово», «мысль», «смысл», «понятие») как «совокупность производственных методов и процессов в определенной отрасли производства, а также научное описание способов производства».

В [11, 56] *технология* определяется как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели. В настоящей работе мы будем пользоваться именно этим определением, рассматривая модели разработки, освоения, применения и модернизации технологий.

Модели технологий можно разделить на несколько условных общих классов, перечисляемых в порядке убывания масштаба:

1) «*цивилизационные модели*», отражающие общие «макро»-закономерности развития технологий и их взаимодействие с обществом на характерных временах столетия/десятилетия - технологические уклады, циклы Кондратьева и др. [28, 35, 43, 69, 79, 97, 111, 115];

2) «*модели инноваций*», исследующие общие закономерности зарождения, внедрения и тиражирования/диффузии новых технологий (инноваций) на «микро»-уровне, в т.ч. в масштабах отраслей и организаций [18, 36, 37, 39, 50, 54, 116];

---

[1] Термин «технология» ввел в научный обиход в 1772 г. немецкий ученый Иоганн Бекманн для обозначения «науки о ремесле».

3) «*модели деятельности*», изучающие общие для любых видов деятельности закономерности ее организации, в т.ч. – разработки и использования различных технологий деятельности [11, 41, 42, 56, 63];

4) «*модели-стандарты*», активно развиваемые, в частности, системной инженерией (Systems Engineering) и содержащие систематизированные обобщения лучших практик практической/отраслевой деятельности [104, 131].

5) «*предметные модели*», описывающие те или иные конкретные технологии в различных отраслях.

Настоящая книга акцентирует внимание на третьем («деятельностном») уровне, основывается на результатах, изложенных в работах авторов [12, 13, 15, 57], и развивает их (см. первую главу). Претендовать на систематический обзор первых двух классов «моделей» бессмысленно в силу их чрезвычайной обширности и активного развития, а также выхода за рамки предмета настоящего исследования; на обзор четвертого класса – в силу его фиксированности, а на обзор пятого класса – в силу конкретности и специфичности его элементов.

Формы трансляции технологий могут быть различны: технологические карты и регламенты в промышленном производстве, строительная документация в строительстве, сетевые графики в управлении проектами, описания бизнес-процессов в деятельности организаций и др. Общая форма – *информационная* модель, описывающая как состояния предмета деятельности, так и действия (совместно с соответствующими методами и средствами), направленные на его преобразование. Поэтому именно информационным моделям технологий ниже уделяется значительное внимание. В то же время, компьютерные средства разработки и оперирования информационными моделями изделий и технологий CALS (Continuous Acquisition and Lifecycle Support) – CAD, CAM, CAE (Computer Aided Design, Manufacturing и Engineering) и PDM (Product Data Management) – ниже не рассматриваются вовсе, потому что они являются всего лишь частным (хотя и современным) случаем средств трансляции технологий.

С одной стороны, разработка каждой технологии включает как *общесистемные*, так и *специфические* составляющие. Ниже используются только общесистемные подходы, не затрагивающие никакой «отраслевой» специфики. С другой стороны, разработка каждой технологии включает как *регулярные*, так и *творческие* составляющие. На попытки моделирования творчества настоящая работа не претендует.

В общем случае (с точки зрения математики), технология – *алгоритм*, описывающий многовариантный (зависящий от внешних и внутренних условий) сценарий деятельности. Однако, задачи автоматического построения и оптимизации нетривиальных алгоритмов, обладающих заданными свойствами[2], либо не решаются в общем виде, либо чрезвычайно трудоемки. Поэтому при создании технологий чрезвычайно распространены как ее *декомпозиция* на взаимосвязанные простые части, так и использование *эвристик*.

Технологию можно интерпретировать и как *отображение* множества *ситуаций* (текущих состояний и, быть может, предыстории системы, требований к результату, ограничений и т.д.) во множество *действий* и используемых *ресурсов*. Т.е. «что, как и какими средствами» следует делать в той или иной ситуации. Разработка и освоение технологий и заключаются в поиске этих отображений и оперировании ими (см. вторую главу).

Технология часто представляется в виде *графа* - конечного множества состояний и переходов (быть может, функционально зависящих от ресурсов) между ними.

Если технология задана в виде *функции*, то можно ставить задачу оптимизации – экстремизировать критерий эффективности при заданных ограничениях и свойствах «управляемой системы»[3] - см. третью главу.

Механизмы управления (совокупность правил и процедур – «отображений») могут рассматриваться как «технология» принятия управленческих решений: как должен вести себя в различных ситуациях управляемый субъект, и какие решения при этом должен принимать управляющий орган. Технологии требуют *оптимизации*, причем зачастую «переборно-эвристической», при их разработке и освоении часто используются т.н. *типовые решения* (поэтому необ-

---

[2] Получающиеся при этом с использованием аппарата математической логики и теории алгоритмов результаты, как правило, очень конкретны и условно могут быть отнесены к пятому классу моделей.

[3] С этой точки зрения синтез оптимального позиционного управления – разработка и оптимизация технологии (технологии управления).

ходимо исследование соответствующей вычислительной сложности и погрешности – см. четвертую главу).

Структура изложения[4] такова: первая глава посвящена общим моделям технологии комплексной деятельности, во второй главе рассматриваются модели разработки и освоения технологии, в третьей – модели управления технологией. В четвертой главе анализируются проблемы сложности и погрешности решения задач синтеза/оптимизации технологии.

1. ТЕХНОЛОГИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

На основе результатов [9, 11, 14] в данной главе формализована проблема управления технологией *комплексной деятельности*[5] (КД) *организационно-технических систем* (ОТС).

Для этого в разделе 1.1 рассмотрены роль и место технологий в КД, в разделе 1.2 проанализированы наиболее важные особенности КД современных адаптивных расширенных предприятий, в разделах 1.3 и 1.4 рассмотрены формальные модели их КД и управления компонентами технологии КД в виде информационных моделей, раздел 1.5 содержит краткий обзор известных моделей и методов, в разделе 1.6 сформулированы задачи управления компонентами технологии КД.

1.1. Роль и место технологий в комплексной деятельности

Методология комплексной деятельности. Проблемы, вынесенные в название настоящего раздела, являются подмножеством и конкретизируют проблемы управления организационно-

---

[4] Главы включают разделы. Нумерация формул - независимая внутри глав; нумерация рисунков, таблиц, примеров и утверждений – сквозная.

[5] Деятельность – целенаправленная активность человека, комплексная деятельность - деятельность, обладающая нетривиальной внутренней структурой, с множественными и/или изменяющимися субъектом, технологией, ролью предмета деятельности в его целевом контексте [11].
Организационно-техническая система - сложная система, включающая людей, технические и природные элементы.

техническими системами (ОТС) и их комплексной деятельностью (КД), рассмотренной подробно в монографии [11].

Важный результат [9, 11] заключается в фиксации перечня средств управления ОТС, основным среди которых является управление компонентами технологий комплексной деятельности, осуществляемой ОТС. *Технология*, как отмечалось во введении, определяется как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели. Под *управлением компонентами технологии* КД понимается деятельность по созданию компонентов технологии в виде информационных моделей и поддержании их в состоянии, адекватном условиям внешней среды. Поэтому настоящая книга сфокусирована именно на проблемах создания и управления компонентами технологий и, являясь самостоятельной, логически продолжает и развивает тематику [11].

Используемое в [11] понятие *организационно-технической системы* расширяет определения технических, организационных [63], эргатических и социотехнических систем и в определённом смысле соответствует распространённому в англоязычной литературе термину *предприятие* (Enterprise) [121]. В контексте данной работы термин предприятие звучит более естественно, поэтому понятия ОТС и предприятие будут использоваться как эквивалентные.

Необходимо отметить, что предприятия сами по себе не приносят пользы: важна их деятельность, формирующая результат, представляющий ценность. Поэтому, рассматривая предприятия, следует анализировать, в первую очередь, осуществляемую ими комплексную деятельность, для чего целесообразно использовать подходы и результаты *методологии комплексной деятельности* [11].

Акцентируем внимание на следующих, непосредственно касающихся технологии, результатах методологии комплексной деятельности [11]:

1) Технология является ключевой составляющей любого структурного элемента деятельности.

2) Технология детерминирует (с точностью до реализации событий неопределенности) результат КД.

3) Стадия формирования технологии является ключевой и включает этапы деятельности, обеспечивающие на фазе реализации деятельности достижение целевого результата, требования к которому формулируются и детализируются на стадии целеполагания и структурирования целей и задач.

4) Создание технологии - это деятельность, предметом которой всегда является «новая» (например, более детальная) информационная модель КД и/или предмета.

5) Создание новых технологий КД может быть представлено двумя процессами, один из которых (а) направлен на оперирование информацией, а второй (б) – вещественными объектами:

а) проектирование и специфицирование цели, условий, форм, методов, средств (включая ресурсы) и критериев,

б) определённая организация вещественных ресурсов (информационные ресурсы организованы в ходе проектирования).

6) Технология любого элемента КД описывается логической, причинно-следственной и процессной моделями вместе с моделями нижестоящих СЭДов и элементарных операций.

7) Вновь созданная технология и ее результат могут и должны быть каким-либо образом верифицированы и/или фальсифицированы (на гносеологическом уровне) и/или проверены на уровне реализации технологии.

8) Жизненный цикл технологии включает три фазы: создание/формирование, аналог фазы организации и проектирования; продуктивное использование (с возможным возвратом к первой стадии), аналог технологической фазы или реализации; бесконечное существование в виде исторических данных (с возможным возвратом ко второй стадии).

9) Технологии являются связующим звеном между одушевленными (персонал/ОТС) и неодушевленными (изделие/технологический комплекс) элементами и предметами деятельности.

10) Необходимость создания технологии является критерием креативности деятельности.

11) Синтез технологии в существенной степени является специфическим, и поэтому сам по себе допускает оптимизацию только с точностью до формирования нескольких альтернативных вариантов и выбора наилучшего среди них.

12) Управление технологией КД - комплексная деятельность по созданию и поддержанию в актуальном состоянии путём модернизаций информационных моделей компонентов технологии, в том числе ресурсов.

Детализируем сформулированные тезисы.

Технология и структурный элемент деятельности. Монография [11] заложила теоретические основания исследований, в ней излагается методология комплексной деятельности, развивающая общую методологию [56] на случай любой сложной (имеющей нетривиальную многоуровневую внутреннюю структуру) человеческой деятельности. Введен базовый элемент моделирования и анализа КД - *структурный элемент деятельности* (СЭД), конструктивно описываются логическая, причинно-следственная и процессная структуры комплексной деятельности.

Модель структурного элемента деятельности представлена на Рис. 1 [11]. Стрелки на этом рисунке имеют следующую семантику. Стрелка от субъекта к целевому агрегату (потребность-цель-задачи) отражает тот факт, что именно субъект осуществляет целеполагание; от субъекта к технологии и действиям – что субъект реализует технологию совокупностью действий (действует соответственно технологии). Стрелка от результата к субъекту отражает оценку им результата, саморегуляцию и рефлексию субъекта.

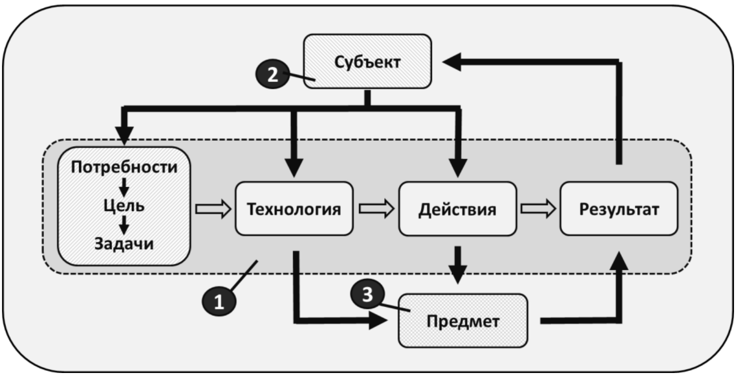

Рис. 1. Модель структурного элемента деятельности

Стрелки от технологии и от действий к предмету означают, что предмет изменяется в результате действий соответственно технологии, от предмета к результату – что результат является конечным состоянием предмета, его эволюции в процессе деятельности.

Именно технология является ключевой составляющей любого СЭДа, детерминирующей его результат.

В Табл. 1 перечислены фазы, стадии и этапы цикла КД. Стадия III - формирования технологии - является ключевой стадией КД и включает этапы деятельности, обеспечивающие на фазе реализации деятельности достижение целевого результата, требования к которому формулируются и детализируются на стадии целеполагания и структурирования целей и задач.

Табл. 1. Фазы, стадии и этапы ЖЦ КД

<table>
<tr><th>Фаза</th><th>Стадия</th><th>Название этапа</th></tr>
<tr><td rowspan="10">ПРОЕКТИРОВАНИЕ</td><td>I. Фиксация спроса и осознание потребности</td><td>1. Фиксация спроса и осознание потребности</td></tr>
<tr><td>II. Целеполагание и структурирование целей и задач</td><td>2. Создание логической модели</td></tr>
<tr><td rowspan="8">III. Формирование технологии</td><td>3. Проверка готовности технологии и достаточности ресурсов</td></tr>
<tr><td>4. Создание причинно-следственной модели</td></tr>
<tr><td>5. Создание технологии нижестоящих элементов</td></tr>
<tr><td>6. Формирование/модернизация ресурсов</td></tr>
<tr><td>7. Календарное и ресурсное планирование</td></tr>
<tr><td>8. Оптимизация</td></tr>
<tr><td>9. Назначение субъектов и определение ответственности</td></tr>
<tr><td>10. Назначение ресурсов</td></tr>
<tr><td>РЕАЛИЗАЦИЯ</td><td>IV. Выполнение действий и получение результата</td><td>11. Выполнение действий и получение результата</td></tr>
<tr><td>РЕФЛЕКСИЯ</td><td>V. Оценивание результата и рефлексия</td><td>12. Оценивание результата и рефлексия</td></tr>
</table>

Информационные модели. Реализация комплексной деятельности сопровождается формированием и изменениями *информационной модели* (ИМ) предмета и КД. В последние десятилетия существенно возрастает значение информационной модели, создаваемой параллельно реализации КД и эволюции предмета деятельности [10, С. 16-18]; ИМ существенно усложняется, всё более актуальными становятся задачи разработки и эффективного применения процедур оперирования информационными моделями и «управления знаниями».

Для ИМ известно много определений, например, одно из них содержится в ГОСТ 34.003-90: модель объекта, представленная в виде информации, описывающей существенные для данного рассмотрения параметры и переменные величины объекта, связи между ними, входы и выходы объекта и позволяющая путем подачи на модель информации об изменениях входных величин моделировать возможные состояния объекта.

Фактически комплексная деятельность в области сложных ОТС реализуется в виде двух параллельных и взаимосвязанных процессов:

1) создание и сопровождение (включая модификацию) информационной модели;

2) осуществление действий над объектом в соответствии с этой моделью, обеспечение эволюции в течение его жизненного цикла – то есть, собственно деятельность.

Это превращение и явилось объективным источником пересмотра роли информации в жизни общества, проявляющимся в многочисленных обсуждениях «информационных взрывов», «перехода к информационному обществу», «цифровой экономике», «экономике знаний» и т.д.

Информационная модель в общем случае содержит не только нормативную, априорную информацию о комплексной деятельности, но также оперативную (в привязке к конкретным объектам) и прогнозную, а также различные архивные исторические данные, вспомогательные сведения с различным уровнем детализации и формализации.

Усложнение ИМ и возрастание её роли объективно вызывают необходимость создания эффективных способов и инструментов её создания, хранения, использования, изменения, поддержания целостности и так далее. Именно эти методы, процедуры и средства являются предметом нескольких областей знаний и деятельности, входящих в широкую отрасль «информационные технологии».

Элементы технологии. Приведенное выше определение технологии подчеркивает «целенаправленность» технологии КД, ориентацию её на достижение поставленной цели. Такое определение задаёт не просто множество элементов технологии, а определенным образом упорядоченную их совокупность, то есть представляет технологию как систему. Также определение специфицирует следующие *элементы технологии*:

i. конкретные условия, в которых реализуется КД;
ii. формы организации КД;
iii. методы как понятие, обобщающее операции и приемы;
iv. средства реализации КД;
v. критерии достижения цели.

Все элементы технологии носят информационный («знаниевый») или вещественный характер. Условия (элемент i) – это описание того, при каких обстоятельствах, в рамках каких правил осуществляется КД. То есть условие – информационный объект, но предметом этого описания могут, естественно, быть и вещественные объекты. Аналогичное утверждение справедливо и для форм (ii), методов (iii) и критериев (v). Средствами реализации КД (iv) являются, прежде всего, ресурсы (см. [11]). Таким образом, элементы i-iii и v бывают только информационными, а iv - как информационными, так и вещественными. Следовательно, целеполагание и создание новых технологий КД может быть представлено двумя процессами, один из которых (а) направлен на оперирование информацией, а второй (б) – вещественными объектами:

а) проектирование и специфицирование цели, условий, форм, методов, средств (включая ресурсы) и критериев,

б) определённая организация вещественных ресурсов (информационные ресурсы организованы в ходе проектирования).

Так как информация о деятельности содержится в информационной модели, можно утверждать, что целеполагание и создание технологии - это деятельность, предметом которой всегда является «новая» (например, более детальная) информационная модель, в т.ч. устанавливающая соответствие между i-iii и ресурсами, а в частных случаях – ещё и сами ресурсы.

Необходимым элементом процесса целеполагания и создания технологий является прогноз того, как исполнение технологии обеспечит достижение целей деятельности под воздействием возможной неопределённости. Это вызвано принципиальной особенностью создания новой технологии, заключающейся в разделении во времени периодов её создания и использования в ходе реализации деятельности. Создание технологии соответствует начальным стадиям её жизненного цикла. Прогнозирование может быть весьма сложным и рассматриваться как самостоятельная комплексная деятельность. Этот процесс является специфическим, однако влияние неопределённости в целях прогноза может и должно быть структурировано по двум рассмотренным выше общесистемным основаниям. Во-первых, это первичные группы источников неопределённости [11]:

- неопределённость внешней среды – внешнего спроса и внешних условий, требований и норм;
- неопределённость технологии и предмета – средств, методов и факторов;
- неопределённость субъекта – осознания внешней потребности, целеполагания, осуществления действий, оценивания результата, и принятия решения, выступать ли ему в роли субъекта КД.

Во-вторых, это структурирующие бинарные признаки [11]:

- Будет ли результат обладать запланированными свойствами / функциями?
- Обеспечат ли полученные свойства/функции результата требуемый эффект во взаимодействии с внешней средой?
- Будут ли свойства результата соответствовать требованиям спроса в будущий момент предъявления результата потребителю?
- Будет ли внешняя среда (в момент предъявления результата потребителю) соответствовать текущему прогнозу её состояния?

С одной стороны, технология является совокупностью взаимосвязанных элементов i-v, а с другой - любой СЭД может быть описан структурной, причинно-следственной и процессной моделями [11]. Фрактальность элементов КД требует для полноты представления моделировать также и нижестоящие по логической структуре элементы КД. Такая совокупность моделей описывают условия, формы, методы, средства и критерии достижения цели, то есть элементы технологии. Поэтому на общесистемном уровне обобщения может быть сформулировано следующее утверждение [11]: технология любого элемента КД описывается структурной, причинно-следственной и процессной моделями вместе с моделями нижестоящих СЭДов и элементарных операций.

Тестирование технологии. Любой деятельности свойственна рефлексия: в общем случае вновь созданная технология и ее результат могут и должны быть каким-либо образом верифицированы и/или фальсифицированы (на гносеологическом уровне) и/или проверены на уровне реализации технологии. Такая «проверка» может быть условно названа *тестированием технологии*.

Технология КД с одной стороны имеет существенную долю специфичных компонентов (технологии элементарных операций), а с другой – включает логическую, причинно-следственную и процессную модели КД и, следовательно, обладает общесистемными компонентами.

Поэтому тестирование технологии, включая полноту её описания, также имеет общесистемные особенности, сформулируем их в виде перечня проверяемых условий, которые должны быть соблюдены при создании новой технологии:

I. Полнота и непротиворечивость структуры «технологических целей» - логической структуры, структуры подцелей Ц-СЭДа.

II. Наличие для каждой «технологической цели» специфицированного субъекта и технология – СЭДа или элементарной операции.

III. Наличие спецификации характеристик предмета КД каждой из подцелей, позволяющих проверить достижение подцелей и эффективность.

IV. Согласованность (взаимная логическая непротиворечивость) субъектов и технологий, ассоциированных со структурой подцелей, а также с пулами ресурсов, необходимых для организации субъектов и обеспечения технологий.

V. Наличие спецификации механизма назначения ресурсов для выполнения функций субъектов нижестоящих СЭДов или обеспечения технологий нижестоящих элементарных операций, в том числе, обеспечения согласованности целей и предпочтений индивидов при назначении их субъектами СЭДов целям Ц-СЭДа.

VI. Наличие спецификаций событий неопределенности и правила реакции на неё в рамках Ц-СЭДа (процедуры принятия решений или эскалации проблемы на вышестоящий уровень).

VII. Непротиворечивость и согласованность логической и причинно-следственной структур.

Проверки I-VII могут реализовываться все вместе в рамках отдельной рефлексивной операции или быть порознь встроены в отдельные операции.

Жизненный цикл технологии. Как отмечается в [11], частным случаем ресурсов являются знания и технологии (технологические знания как «операциональные знания», см. Рис. 2).

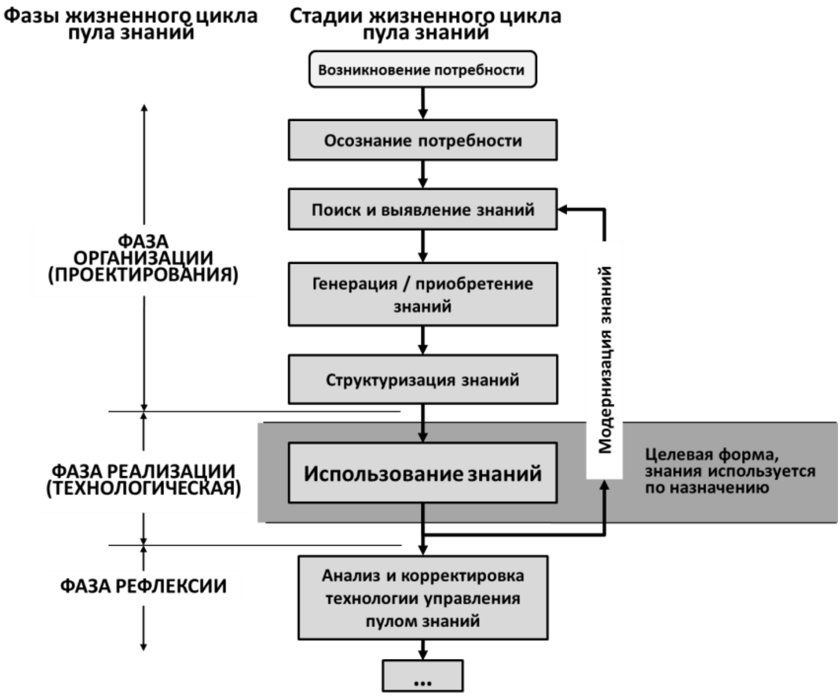

Рис. 2. Жизненный цикл технологии как «операциональных знаний»

Жизненный цикл самих знаний, как объекта, прост и включает три фазы:

1. создание/формирование, аналог фазы организации и проектирования;

2. продуктивное использование (с возможным возвратом к первой стадии), аналог технологической фазы или реализации;

3. бесконечное существование в виде исторических данных (с возможным возвратом ко второй стадии).

В случае, когда знания используются как элемент технологии, как «операциональные знания», жизненный цикл пула таких знаний (см. Рис. 2) аналогичен жизненному циклу пула ресурсов [11].

Технологии и иерархическая структура КД. С точки зрения логической структуры КД, отношения вышестоящих и нижестоящих СЭДов с точки зрения характера предметов и субъектов их деятельности могут быть проиллюстрированы Табл. 2.

Столбцы соответствуют вышестоящим (старшим) СЭДам, а строки – нижестоящим (подчинённым), в ячейках отражено содержание отношения между старшим и подчиненным СЭДами. Предметом нижестоящих по иерархии СЭДов могут быть любые из элементов вышестоящего СЭДа, то есть нижестоящие СЭДы могут быть организованы с целью создания/выполнения/трансформации предмета/результата, технологии или субъекта (ОТС).

Табл. 2 демонстрирует что знания – описание технологии - являются связующим звеном между одушевленными (персонал/ОТС) и неодушевленными (изделие/технологический комплекс) элементами и предметами деятельности.

Табл. 2. Отношения между предметами и субъектами СЭДов

		Вышестоящие СЭДы		
		Вещественное изделие	**Знания**	**ОТС**
Подчинённые СЭДы	**Вещественное изделие**	Создание компонентов изделия	Создание изделий (оборудования) для технологии	НЕТ (опосредованно через знания и технологии)

	Знания	Создание технологического процесса для производства изделия	Создание компонентов технологического процесса	Создание технологии функционирова-ния ОТС
	ОТС	НЕТ (опосредованно через знания и технологии)	Обучение сотрудников для выполнения ими технологического процесса	Трансформация элементов ОТС

Комплексная деятельность обладает логической структурой: цель каждого СЭДа декомпозируется на подцели нижестоящего уровня, между которыми существуют причинно-следственные связи. Технология КД определяет причинно-следственные связи между целями КД – СЭДами и элементарными операциями: те же проектные, монтажные, ремонтные и другие работы должны выполняться в определенной последовательности для получения требуемого результата.

Креативная деятельность и технологии. «Креативная» КД и «креативные» СЭДы - деятельность, в результате которой порождается неопределённый априори спрос на результаты неизвестной априори деятельности, технологию которой необходимо создать в ходе этой новой деятельности. Другими словами, необходимость создания технологии является критерием креативности деятельности.

Креативная деятельность (креативные СЭДы) – это деятельность, технология которой не полностью определена (не полностью известна) на момент начала деятельности и поэтому создаётся в ходе реализации деятельности. Неизвестность технологии вызвана неопределённостью спроса и/или априорной неопределённостью спецификации результата деятельности. Это - деятельность по получению результата, который не до конца специфицирован в начале деятельности. В этот класс попадает деятельность главных конструкторов и технологов, научных сотрудников, продюсеров фильмов и спектаклей, партнёров юридических фирм и т.д. Субъекты креативной КД самостоятельно определяют структуру и характеристики комплексного результата и, следовательно - структуру и технологию деятельности. Фактически они являются архитекторами деятельности (как системы) и архитекторами создаваемого результата (как системы). Принципиальным отличием креативной КД от репликативной и регулярной КД является наличие в структуре первой, по крайней мере, одного фрагмента, предметом деятельности которого является технология другого («нижестоящего») фрагмента КД, что является следствием необходимости создания новой технологии в рамках исполнения деятельности.

Синтез оптимальной технологии. Синтез технологии в существенной степени является *специфическим*, и поэтому сам по себе допускает оптимизацию только с точностью до формирования нескольких альтернативных вариантов и выбора наилучшего среди них (от числа этих вариантов существенно зависит «вычислительная» сложность). Зачастую синтез технологии эвристичен, поэтому необходимо уметь оценивать погрешность используемых процедур. Оба этих аспекта (сложность и погрешность) подробно рассматриваются в четвертой главе настоящей работы.

Синтез технологии вместе с тем порождает требования к ресурсам и связанные с этим оптимизационные задачи:

- оптимизация набора пулов ресурсов исходя из потребностей технологий различных элементов КД;
- оптимизация объемов каждого пула ресурсов;
- оптимизация поддержания в заданных диапазонах характеристик ресурсов в течение всего их ЖЦ.

Создание новых технологий включает *общесистемную часть* (вообще говоря, являющуюся в данном случае вторичной), для которой выше перечислены оптимизационные задачи, связанные с ресурсами, а также специфическую часть – синтез технологий элементарных операций, логической и причинно-следственных структур. В силу специфичности этой части конструктивно сформулировать соответствующие оптимизационные задачи на общесистемном уровне невозможно. Однако для неё может быть приведен ряд общесистемных рекомендаций или требований, которые в свою очередь создадут основания для синтеза альтернативных вариантов технологий и таким образом обеспечат выбор наилучшего варианта.

Во-первых, все технологии могут быть разделены на группы по основанию зрелости, проработанности, «апробированности», готовности. К элементам КД, технологии которых относятся к разным группам, целесообразно применять различные наборы инструментов организации и управления. В самом общем случае таких групп может быть три. Первая и третья из них отражают полярные случаи.

Группа 1. Использование известных технологий без изменений или с изменениями, заведомо не влияющими на технологическую неопределённость. Например, тиражирование изготовления известной детали (или агрегата, или конечного изделия) по известной технологии на новой производственной площадке, или запуск изготовления известной детали по известной технологии, но с минимальными изменениями размеров. Это случаи, когда технология нового элемента деятельности априорно известна и фактически копируется.

Группа 3. Принципиально новые технологии с существенным уровнем истинной технологической неопределённости, для которых оценка возможности успешного завершения может быть выполнена только на основании субъективных суждений экспертов. Например, использование новых принципов обработки материалов для изготовления деталей или выполнение ремонтных операций в условиях, когда существенные характеристики объекта ремонта, влияющие на трудоемкость и результат ремонта, априори неизвестны и могут быть оценены только в ходе выполнения самих ремонтных работ. Фактически это случай, когда технология деятельности создаётся в ходе выполнения деятельности.

Группа 2. Технологии, не относящиеся ни к группе 1, ни к группе 3 охватывают все промежуточные случаи, в которых существенная доля технологии априори известна. *Технологическая неопределённость* может быть или измеримой, или истинной, но не имеющей существенного влияния на конечный результат.

Во-вторых, определим общесистемные основания, базируясь на которых сформулируем рекомендации. В [11] при рассмотрении подходов к устранению неопределённости было выяснено, что в случае истинной неопределённости с полностью неизвестными априори характеристиками событий все или некоторые компоненты деятельности и/или внешняя среда изучены недостаточно. Поэтому выполнение деятельности является в этом случае получением новых знаний, что приводит к изменению технологии в процессе выполнения.

Следовательно, естественным основанием для рекомендаций будет более точная и детальная фиксация элементов деятельности с низким уровнем неопределённости, что позволит точнее специфицировать «область определённости», уже имеющиеся знания, и сфокусироваться на действительно неопределённых элементах. Следовательно, общесистемные рекомендации должны касаться более точного, детального описания элементов КД по предмету, действиям, технологиям и другим основаниям и локализации неопределённости или расширения «области определённости».

Таким образом, можно сформулировать следующие рекомендации по организации процесса разработки специфических технологий.

а) С достаточной степенью детальности структурировать предмет КД, чтобы точнее локализовать элементы предмета, отличающиеся высокой неопределённостью и вместе с тем выделять стандартные, типовые элементы, допускающие применение готовых решений. Например, одним из основных трендов современного этапа развития производственных технологий является как можно более широкое использование покупных комплектующих изделий; в частности, около 65 % стоимости всех компонентов и узлов современного автомобиля составляет стоимость стандартных комплектующих.

б) С достаточной степенью детальности структурировать технологии КД (непосредственно связано с рекомендацией а) – разделять элементы деятельности, относящиеся к различным выделенным выше группам 1-2-3 и дифференцировано применять для них разные подходы, что повышает эффективность выполнения деятельности. На практике эта рекомендация реализуется в отношении как детализации спецификаций технологических операций, так и планирования.

в) Разрабатывать и рассматривать альтернативные варианты решений применительно как к технологии деятельности, так и к предмету и его элементам. Разработка нескольких альтернативных решений в условиях высокой неопределённости эквивалентна формированию и проверке нескольких гипотез относительно априори неизвестного объекта, что увеличивает объем знаний относительно него.

г) Использовать сценарный подход при прогнозировании будущего. Формирование сценариев возможного развития событий также повышает объем знаний (пусть и субъективных) относительно неопределённого будущего и позволяет использовать основания для создания технологий. Например, разработка плана развития розничного банка (частный случай разработки технологии КД) практически всегда основывается на определённых долгосрочных прогнозах – сценариях - движения финансовых и фондовых и других рынков, несмотря на всю субъективность таких прогнозов.

д) Предусматривать промежуточные и предварительные действия по интеграции элементов предмета и элементов технологии в единую систему. Неопределённость любой сложной системы непосредственно связана со сложностью и эмерджентностью, что зачастую приводит к существенным проблемам в ходе интеграции системы. Например, создание новой модели современного самолёта или автомобиля предполагает разработку большого количества разнородных систем, агрегатов и узлов. В силу различной природы компонентов изделия их разработка выполняется отдельными группами специалистов, часто работающих в различных фирмах, а иногда и странах. Поэтому интеграция конечного изделия в этом случае является сложным процессом, состоящим из нескольких промежуточных этапов.

е) Предусматривать дополнительные действия для уточнения потребности – более точного специфицирования требуемых характеристик предмета. Сложность, эмерджентность и неопределённость предмета и цели КД как сложной системы практически всегда порождают неполноту знаний о потребности на ранних этапах КД. То есть абсолютно естественной является ситуация, в которой не только субъект, но и внешние потребители результата КД неточно оценивают все целевые значения характеристик предмета КД. Поэтому в последние десятилетия кроме традиционных и очевидных способов уточнения потребностей путем коммуникаций с потребителями результатов также получили широкое распространение специальные инструменты организации управления в условиях неопределённой потребности, такие как Agile и SCRUM.

ж) Предусматривать дополнительные правила промежуточного контроля деятельности – эволюции характеристик предмета для как можно более раннего обнаружения отклонений фактической динамики изменений характеристик предмета от требуемой. В современной практике управления проектами, проектными программами, жизненными циклами изделий широко применяются принципы задания и выполнения проверок, называемых контрольными точками, контрольными рубежами, воротами принятия решений. Каждая из таких проверок априори специфицируется несколькими группами правил. Во-первых, это правила, определяющие момент проверки, они могут задаваться как на основании времени выполнения (спустя столько-то дней после начала работ), завершения этапов или стадий действий, степени изменения характеристик предмета. Вторая группа правил специфицирует совокупность характеристик предмета и их сочетаний, подвергающихся проверке. Третья группа – определяют необходимые последующие действия в зависимости от результатов проверки.

з) Предусматривать в большей степени контроль технологии КД, нежели ее результата. Такой контроль позволяет, во-первых, обнаруживать проблемы как можно раньше, во-вторых, вскрывать не только проявление проблем в виде отклонений фактических характеристик предмета от требуемых, но также и причины их возникновения, лежащие в технологии. Данный подход в последние десятилетия также стал широко применяться в практической деятельности: стали популярными различные стандарты качества, например, система стандартов ISO9000, и модели зрелости производственных процессов (CMMI и другие аналогичные инструменты).

и) Предусматривать дополнительный контроль выполнения деятельности нижестоящими субъектами. Эта рекомендация, связанная с предыдущей, также обеспечивает более раннее выявление проблем: до того, как результат КД нижестоящего субъекта будет представлен потребителю. Для такого контроля также используется не только контроль промежуточных результатов, но, прежде всего, технологий КД нижестоящих субъектов. На практике крупные компании и государственные органы часто требуют от поставщиков (нижестоящих субъектов) прохождения независимой сертификации по стандартам качества.

Применение сформулированных выше рекомендаций обеспечивает более точные оценки сложности и, следовательно, ресурсоемкости элементов деятельности за счет декомпозиции деятельности и предмета на более детальные элементы. В результате появляется возможность снижения ресурсоемкости деятельности из-за дифференцированной оптимизации ресурсов, требуемых элементами деятельности различной неопределённости, в том числе расширение количества регулярных элементов деятельности, то есть апробированных технологий и проверенных результатов деятельности. Дополнительные проверки и промежуточная интеграция позволяет обнаруживать проблемы на более ранних этапах, следовательно, избегать потери на продолжение нецелесообразных действий, раньше переходить на альтернативный путь реализации деятельности.

Естественно, использование любой из этих рекомендаций влечет за собой дополнительные издержки, так как требует дополнительных элементов организационной и управленческой деятельности. Поэтому их следует в большей степени для создания принципиально новых технологий, 3-й группы, и в существенно меньшей – при использовании известных технологий (группа 1).

Управление технологией КД. В [14] более конкретно рассматриваются такие виды деятельности как управление и организация, описываются компоненты организации: анализ, синтез и конкретизация, а также компоненты управления: организация, регулирование и оценивание. Показывается, что объектом организации и управления применительно к КД является совокупность собственно комплексной деятельности и осуществляющего её субъекта - ОТС.

Общие проблемы управления ОТС проанализированы в работе [9] в контексте согласования взаимосвязанных жизненных циклов соответствующих структурных элементов деятельности. Показано, что *управление ОТС* осуществляется в форме согласованного управления совокупностью взаимосвязанных ЖЦ структурных элементов КД, реализуемой этой ОТС. Определены средства решения проблемы управления ОТС в виде компонентов управления: *синтеза* (управления компонентами технологии в виде информационных моделей; управления пулами вещественных ресурсов) и *конкретизации* (календарно-сетевого планирования и назначения ресурсов; согласования интересов субъектов). Выявлено, что проблема управления ОТС должна решаться с учётом необходимости устранения измеримой *неопределённости* - включением в рассмотрение сценариев реакции на измеримую неопределённость, а также допускать возможность многократного последовательного решения из-за наступления событий истинной неопределённости в течение жизненных циклов элементов КД.

Управление технологией КД - комплексная деятельность по созданию и поддержанию в актуальном состоянии путём модернизаций информационных моделей компонентов технологии, в том числе ресурсов.

1.2. Технологическая адаптивность, цикличность и регулярность деятельности современных предприятий

Современный этап развития мировой экономики отличается несколькими трендами, формирующими определённые особенности фирм, правительственных агентств и других субъектов международной хозяйственной системы и их деятельности. Рассмотрим эти тренды и следующие из них особенности современных предприятий и их комплексной деятельности.

Цифровизация общества и развитие новых подходов организации и управления экономикой (сетевые, расширенные и виртуальные предприятия, глобальное производство и производство как сервис, Internet of Things; обзор новых технологий управления представлен, например, в [10]) привели к глубокой интеграции, как различных предприятий, так и их деятельности – недостаточно связать датчики, исполнительные механизмы и контроллеры обрабатывающих центров или автоматических складских комплексов, интегрировать системы автоматического управления с системами управления цехового уровня и уровня предприятия. Интеграция стала глобальной, особенное развитие получила такая форма организации, как *расширенные предприятия* – совокупности предприятий и фирм, объединённые едиными технологическими процессами и связями без юридического и финансового объединения. В расширенных предприятиях основными являются технологические связи, а не форма собственности, организационная структура или акционерный капитал.

В сфере управления всё более популярными становятся идеи смены организационных парадигм, замены жёстких управленческих оргструктур платформами и «функциональными домами» [94] (пулами однородных ресурсов), роста значения гибкости и скорости реагирования на изменяющиеся условия [76]. Всё это означает перенос управленческих связей из жёстких организационных структур в оперативные *технологические связи*.

Примером расширенного предприятия является компания Boeing Civil Aviation, выпускающая, в частности, гражданское воздушное судно Boeing-787 [26], 60 % компонентов которого производится примерно 20 тысячами субподрядчиков по всему миру (Япония, Италия и др.), работающими в единой технологической цепочке, задаваемой головной компанией.

В различных сферах практической деятельности – производстве, управлении организационно-техническими системами (фирмами, организациями, проектами) к настоящему моменту стала популярной концепция жизненных циклов (ЖЦ). Под *жизненным циклом* будем понимать (беря за основу определение [105]) процесс эволюции системы, продукта, сервиса, проекта или иного объекта, начиная от концепции (или появления) и заканчивая утилизацией (или прекращением существования).

Жизненный цикл обычно рассматривается как совокупность *стадий* (возможно параллельных и перекрывающихся друг с другом по времени); в [105] выделяются наиболее общие стадии ЖЦ сложной искусственной системы: концепция, проектирование, производство/создание, применение, поддержка и утилизация. Концепция ЖЦ широко применяется также и к организациям, бизнесам, проектным программам, сотрудникам, производственным активам, технологиям, знаниям.

Совершенно естественными являются циклы, связанные, например, с многократным повторением:

- одной типовой операции;
- изготовления детали или изделия, или оказанием определённой услуги;
- рабочей смены или рабочего дня;
- отчётного/календарного периода (например, налогового).

Данные примеры позволяют отметить существование циклов КД и их различную длительность, одни циклы являются частями других, образуя сложные иерархии. В работе [9] предложена общая схема цикличности реализации КД, приведенная на Рис. 3.

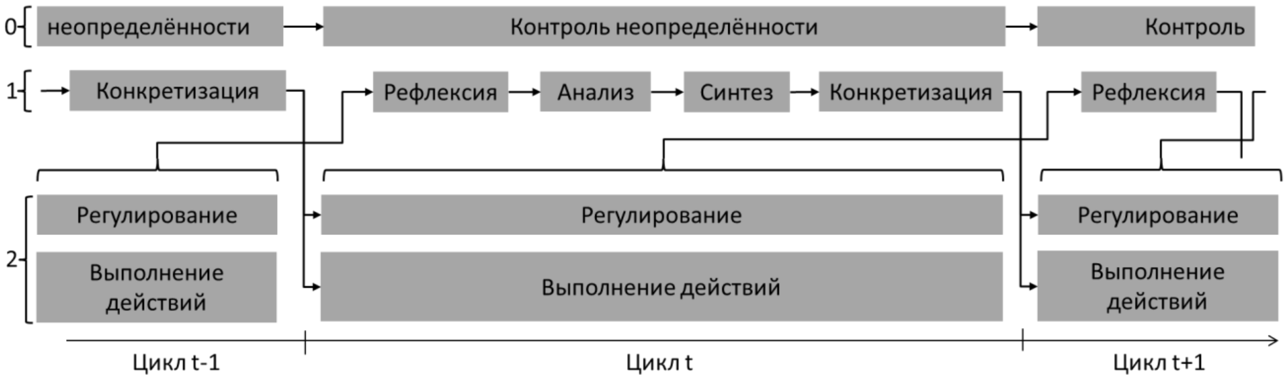

Рис. 3. Цикличность активностей субъекта комплексной деятельности

Важным является тренд ([76]) объявления ряда национальных программ (например, Industry 4.0 в Германии или Smart Manufacturing в США), направленных на создание у производственных предприятий способности совмещать

- высокую эффективность, характерную для массового производства, с индивидуализацией продукции, свойственной позаказному или даже ремесленному производству;
- возможность быстро и эффективно создавать/модернизировать технологию с регулярным, регламентированным, автоматизированным, цифровизированным, роботизированным производством.

Имеет смысл также отметить динамичность меняющейся политической, экономической, социальной, технологической среды, в которой функционируют предприятия, а также динамику спроса на соответствующие продукты и услуги.

Итак, современная мировая хозяйственная система представляет собой совокупность разномасштабных предприятий, которые создаются, реализуют жизненный цикл своей комплексной деятельности и заканчивают существование, сложным образом взаимодействуют друг с другом, формируют новые комплексные образования, становясь их элементами. Будем определять такие предприятия термином *адаптивные расширенные предприятия* (АРП) понимая их как расширенные предприятия (частный случай организационно-технических систем), функционирующие в условиях динамичной неопределённости и обладающие высоким уровнем адаптивности деятельности на уровне создания и изменений технологий (сочетающие возможность быстро и эффективно создавать или модернизировать технологию с регулярной, регламентированной, автоматизированной, цифровизированной, роботизированной операционной деятельностью). Будем условно называть это специфическое свойство АРП «технологической адаптивностью».

Отдельного рассмотрения заслуживает тема повышения эффективности современных предприятий и их деятельности.

Эффективность КД определяется в существенной степени технологией и зависит также от реализующейся неопределённости ([11]). Поэтому основными направлениями повышения эффективности современных предприятий являются совершенствование технологий и снижение влияния неопределённости, осуществляющиеся в виде максимально возможного упорядочения и регламентации деятельности. Широкое распространение получили подходы реинжиниринга бизнес-процессов, управления качеством на основе системы стандартов ISO9000, методы Lean и другие аналогичные им (см., например, обзор в [10]). Совершенствованию и регламентации подвергаются не только технологические карты основных производственных процессов, но также и логистики, содержания инфраструктуры, финансов, кадров и другие. Общепринятым является детальное планирование на основе информационных систем класса ERP, сейчас ни в России, ни в мире практически нет предприятий, не использующих ERP-системы. В терминах [11] эти тренды означают, что большинство элементов штатной деятельности современных предприятий являются «регулярными», то есть происходит практически тотальная регуляризация деятельности АРП.

Ещё одной общераспространённой особенностью деятельности современных предприятий являются постоянные улучшения: широкое распространение получили такие подходы как TQM, «метод Тойота», «6 сигм», 7S Framework McKinsey (например, обзор в [10]). Основные идеи этих подходов заключаются, во-первых, в вовлечении всего персонала в совершенствование процессов деятельности, во-вторых, в непрерывных улучшениях в ходе штатного функционирования предприятий. То есть в ходе рефлексивной фазы жизненного цикла КД осуществляется глубокий анализ эффективности, а на фазе проектирования деятельности в технологию вносятся улучшающие изменения, используемые уже на следующем цикле, и всё это выполняется на фоне штатного функционирования АРП. Важно заметить, что при этом технология остаётся неизменной непосредственно в ходе каждой фазы реализации, то есть реализуется «регулярная» деятельность.

Таким образом, необходимо отметить важную особенность деятельности АРП: сочетание частых изменений/улучшений технологии, выполняемой на фазе проектирования деятельности, с регулярностью и неизменностью технологии непосредственно в ходе фазы реализации. Рис. 3 иллюстрирует эту особенность и подчёркивает одновременность управленческих активностей субъекта КД: изменения/улучшения технологии (уровень «1» на Рис. 3), происходят параллельно реализации КД (уровень «2»), и вместе со всем эти осуществляется контроль наступления событий неопределённости и формирование реакции на них (уровень «0»). Напомним, что источником этой особенности является сочетание трендов постоянного совершенствования эффективности и «технологической адаптивности».

1.3. Модель комплексной деятельности адаптивных расширенных предприятий

Формализуем представление жизненного цикла деятельности адаптивного расширенного предприятия с учётом отмеченных выше особенностей. Используем в качестве основы процессную модель СЭДа - модель жизненного цикла КД, которая предложена в [11] в виде трёх фаз: проектирования КД, реализации КД и рефлексии. Будем учитывать также детализацию управленческих активностей субъекта в течение всего ЖЦ КД [9] (Рис. 4).

Рис. 4. Детализированная структура компонентов управления

Рассмотрим модель жизненного цикла КД АРП - процессную модель, представим её в BPMN[6]-нотации [89] (Рис. 5).

---

[6] В BPMN-нотации прямоугольники с закруглёнными углами означают операции/действия. Стрелками показаны потоки управления – последовательность переходов от одних действий к другим. Круги отражают события: круг с обычной границей – начальное событие, с жирной границей – терминальное событие, с двойной границей – событие неопределённости, возникающие в ходе соответствующего действия. Ромбы означают разветвления и слияния потоков управления, в том числе начало параллельного выполнения и проверки условий.

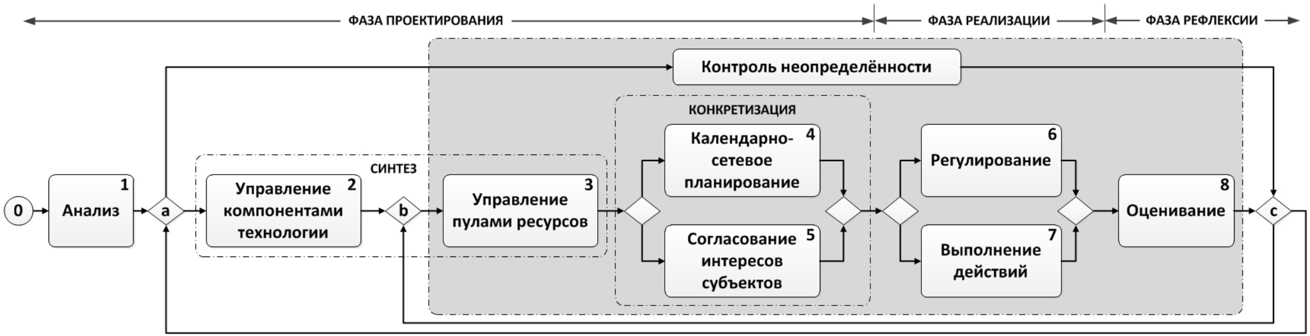

Рис. 5. Модель жизненного цикла КД АРП

В течение *фазы проектирования* создаётся технология и собственно АРП, активностями субъекта согласно [11] на данной фазе являются компоненты организации:

- *анализ* (1 - фиксация спроса, анализ возможностей, внешних условий и предшествующей деятельности);
- *синтез* (2 - управление компонентами технологии в виде информационных моделей: создание и дальнейшее поддержание в актуальном состоянии логической, причинно-следственной и процессной моделей, а также технологий нижестоящих элементов. 3 - управление пулами ресурсов: формирование/модернизация ресурсов.);
- *конкретизация* (4 - календарно-сетевое планирование и назначение ресурсов, 5 - согласование интересов субъектов).

После того, как технология создана, она используется для выполнения КД в ходе *фазы реализации*, субъект при этом осуществляет регулирование (6) и выполняет действия (7). Завершает жизненный цикл *фаза рефлексии* – оценивание результатов КД (8).

Из свойства цикличности деятельности АРП следует, что однократно зафиксировав спрос в ходе анализа (1) и создав компоненты технологии (2), субъект многократно выполняет деятельность в течение фазы реализации в некотором цикле, который будем называть *продуктивным*, а активности, представляющие его – продуктивными активностями (на Рис. 5 группа активностей 3-8, выделенная затемнением).

Из свойства технологической адаптивности АРП следует, что технология КД АРП периодически изменяется, модернизируется (2), очевидно, что модернизации (2) предшествует оценивание предыдущей деятельности (8).

Из свойства непрерывного функционирования АРП (циклического и непрерывного выполнения КД) следует, что контроль неопределённости, рефлексия и модернизация технологии производится параллельно реализации КД, как показано на Рис. 3: в течение определённого продуктивного цикла осуществляется рефлексия КД, выполненной на предыдущем цикле, и модернизируется технология, которая будет применена на следующем продуктивном цикле.

Из свойства регулярности деятельности АРП следует, что технология элементов КД не меняется в ходе того продуктивного цикла, в котором они реализуются, изменение / модернизация их технологии может производиться только в одном из предшествующих циклов: технологии продуктивных активностей 3…8 неизменны в ходе их выполнения.

Из свойства неопределённости КД АРП следует, что в ходе реализации жизненных циклов могут происходить события измеримой и истинной неопределённости. В [9] было определено, что возможность наступления событий измеримой неопределённости должна быть учтена при разработке компонентов технологии, следовательно, такие события не нарушают реализацию ЖЦ КД, что соответствует многократному выполнению продуктивных активностей (3…8 от точки Ь до точки с). Напротив, события истинной неопределённости создают условия, при которых технология становится неадекватной, что вызывает необходимость её модернизации – переход к точке «а» и выполнение активности (2) - управления компонентами технологии.

1.4. Модель управления компонентами технологии в виде информационных моделей

Перечень компонентов технологии КД следует из состава системы моделей, предложенных в [11] для описания комплексной деятельности, и фактически фиксируется «утверждением о составе технологии комплексной деятельности» [11] - компонентами технологии каждого СЭДа являются:

- логическая, причинно-следственная и процессная модели;
- технологии нижестоящих элементов[7]:
  - технологии СЭДов
  - технологии элементарных операций.

Так как компонентами технологии СЭДа являются технологии (нижестоящих по логической структуре) СЭДов, технология фрактальна, как и комплексная деятельность. Соответственно деятельность по управлению компонентами технологии также фракталь-

[7] Частными случаями нижестоящих элементов КД являются управленческие активности – управление пулами ресурсов, календарно-сетвое планирование и назначение ресурсов, согласование интерерсов субъектов, регулирование, оценивание.

на - реализуется через рекуррентное обращение «к самой себе» (см. Рис. 6).

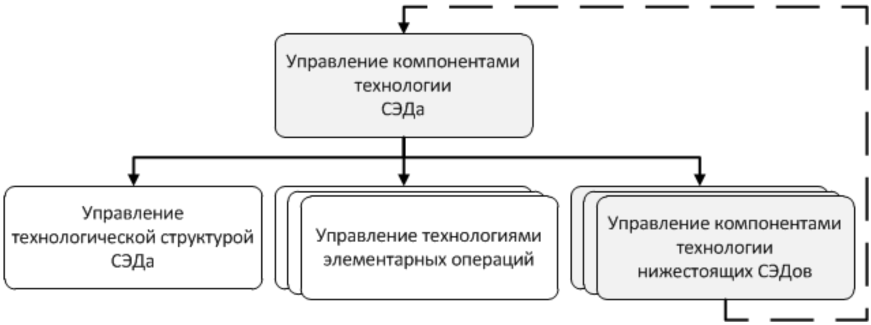

Рис. 6. Логическая структура деятельности по управлению компонентами технологии

Технологической структурой СЭДа назовём логическую, причинно-следственную и процессную модели, а также зависимости и последовательности создания технологий нижестоящих элементов. Управление технологической структурой будет означать создание и поддержание её в адекватном внешним условиям состоянии.

Элементы «Управление компонентами технологии» декомпозируются в элементы нижестоящего уровня и образуют фрактальную иерархию. Элементы «Управление технологической структурой» и «Управление технологией элементарных операций» зависят от специфики предметной области и конкретных особенностей рассматриваемой деятельности. На системном уровне они не требуют дальнейшей детализации на системном уровне. Технологии элементарных операций и технологическую структуру можно объединить по этому основанию и назвать *недетализируемыми компонентами технологии* (НДКТ), остальные компоненты технологии будем называть *комплексными компонентами технологии* (ККТ).

Рассмотрим модель деятельности по управлению НДКТ, начиная с создания НДКТ. Создание НДКТ **эвристично**, и в общем случае не поддаётся детализации или формализации (если это действительно создание новой технологии, а не использование в качестве шаблона частично или полностью известной технологии). Поэтому может быть представлено только одним элементом – элементарной операцией (структурирование эвристики не имеет основания, следовательно, бессмысленно). Однако жизненный цикл любой деятельности включает фазу рефлексии, существует она и при создании НДКТ и заключается в оценивании адекватности синтезированного НДКТ различным состояниям внешней среды. Также эвристике предшествует принятие субъектом решения о выполнении деятельности.

Тогда ЖЦ деятельности по созданию технологии НДКТ можно представить процессной моделью, приведённой на Рис. 7, в составе основных фаз:

1. Фаза анализа. Субъект принимает решение реализовывать деятельность.
2. Фаза эвристики. Субъект генерирует эвристику – вариант НДКТ.
3. Фаза рефлексии. Субъект проверяет вариант НДКТ на соответствие цели-требованиям-спросу. В случае отрицательного результата возвращается к фазе 2 и повторяет до тех пор, пока не будет получен адекватный вариант.

Проверки могут выполняться в виде мысленных экспериментов; модельных экспериментов с математическими, компьютерными или физическими моделями; натурных экспериментов. В общем случае можно считать, что проверки выполняются многократно, и в ходе выполнения одного акта проверки оценивается адекватность НДКТ одному состоянию внешней среды (сложившемуся в данном цикле). Фаза рефлексии завершается, когда метрика завершённости проверок (например, доля или количество возможных состояний внешней среды, для которых проверка выполнена) достигла априори заданного значения.

Обобщим полученную процессную модель на случай управления комплексными компонентами технологии – в общем случае это технология СЭДа (Рис. 8).

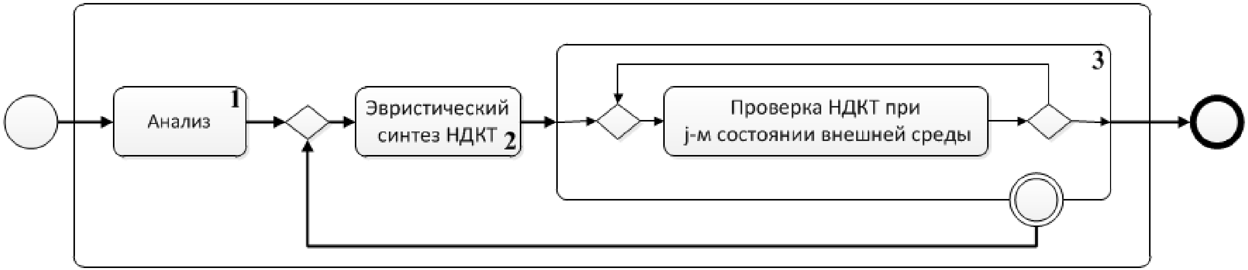

Рис. 7. Процессная модель управления НДКТ

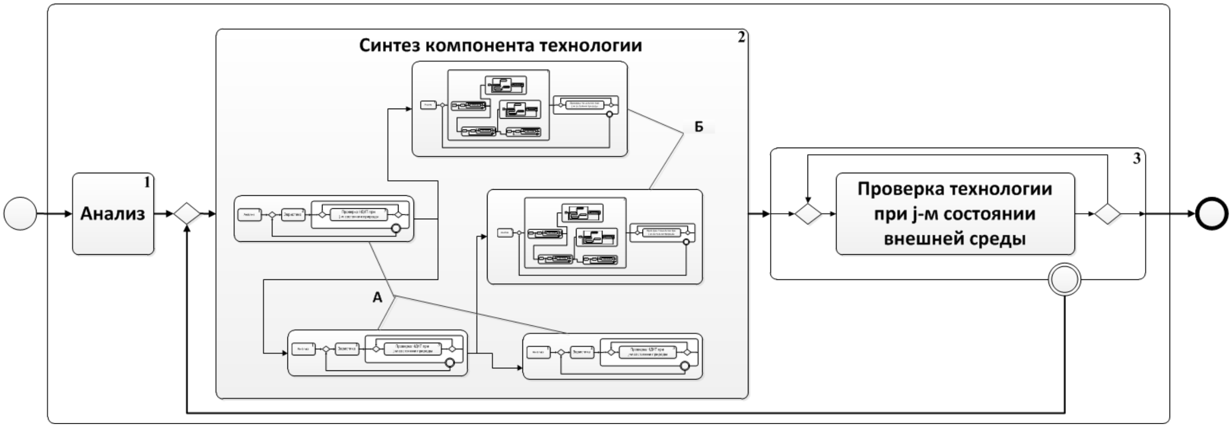

Рис. 8. Процессная модель управления компонентом технологии

Фазы анализа (1) и рефлексии (3) будут иметь ту же форму, что и в случае управления НДКТ, так как нет оснований для обратного.

Фаза эвристики (как следует из выполненного в начале данного раздела анализа состава компонентов технологии) будет представлять собой некоторую последовательно-параллельной комбинацию[8] (2), узлами которой будут элементы деятельности по управлению НДКТ (а) или технологией СЭДа (б). Состав и структура комбинации зависят от специфики предметной области и на общесистемном уровне не позволяют выделить и использовать какие-либо ещё закономерности.

Таким образом, деятельность по управлению компонентами технологии в общем случае представляется *процессной моделью* Рис. 8, а в частном случае НДКТ – моделью Рис. 7.

Управление компонентами технологии включает не только создание этих компонентов, но и поддержание их в адекватном состоянии в ходе использования, поэтому для формализации проблемы управления необходима модель, представляющая как создание, так и использование технологии. Для формирования такой модели (см. Рис. 9) объединим модели жизненного цикла КД АРП (Рис. 5) и процессную модель управления компонентами технологии (Рис. 7 и Рис. 8).

---

[8] Состав и связи между узлами в структуре (2) показаны на рисунке условно.

Рис. 9. Интегрированная модель управления компонентом технологии

Интегрированная модель иллюстрирует основную закономерность процесса управления компонентами технологии - множественную цикличность. Во-первых, в ходе создания или модернизации технологии после непосредственного синтеза (2) производится многократная проверка технологии (3). В случае неудачной проверки происходит возврат к синтезу (от d к a). При успешной завершении проверок технология многократно используется в продуктивном цикле (4, $b \to c \to b \to \ldots$). При изменении внешних условий (например, спроса) технология становится неадекватной им, что вызывает необходимость её модернизации – возврат от «c» к «a». И все эти циклы вместе образуют жизненный цикл соответствующего элемента комплексной деятельности.

Таким образом, проблема управления технологией комплексной деятельности заключается в управлении множественными взаимосвязанными циклами, представленными интегрированной моделью Рис. 9.

1.5. Обзор известных моделей и методов

В предыдущих разделах показано, что процесс управления компонентами технологии формально представляет собой последовательное повторение циклов интегрированной модели (Рис. 9). Такие задачи встречаются во многих отраслях знаний – испытании сложных систем, анализ и тестирование программного обеспечения и др., где получено большое количество соответствующих решений. Рассмотрим ряд примеров известных моделей и методы описания и решения таких задач:

- испытания сложных систем и проверка их характеристик [1, 40, 44, 102];
- тестирование программного обеспечения [7, 71, 80, 81, 83, 86, 108, 120, 139];
- управление знаниями и извлечение/приобретение знаний [17, 119, 129, 137];
- массовое производство и повышение его эффективности в ходе освоения [91, 101, 138];
- научение в педагогике, психологии, физиологии человека и животных [24, 58, 90, 109, 132, 133], машинное обучение (Machine Learning) [130];

- тестирование знаний обучаемых в педагогике [33, 70, 75, 135].

Все перечисленные задачи, как и процесс создания технологии, отличаются неопределённостью, поэтому для их описания практически во всех случаях используются вероятностные модели и/или аппарат случайных процессов.

Испытания сложных систем (в частности, авиационных комплексов) в [1] представляются в виде иерархической структуры, узлы которой описывают испытания элементов, блоков и систем. Постулируется экспоненциальная (или логистическая) зависимость эффективности компонентов изделия от продолжительности испытаний, при этом, как правило, скорость роста эффективности пропорциональна обнаруженной ненадёжности в данный момент времени. Вычисляются средние значения времени испытаний на каждом уровне иерархии, необходимого для достижения заданного уровня эффективности, а также соответствующие затраты. Среднее время испытаний системы (изделия) в целом принимается равным сумме времён испытаний на каждом уровне иерархии. На основании известной аппроксимации случайных функций, через математические ожидания и дисперсии записывается задача оптимизации процесса испытаний. Постулирование зависимостей эффективности компонентов системы от длительности испытаний выглядит не очень обоснованным, а комплексирование испытаний компонентов системы путём простого суммирования средних времён – сильно упрощённым, хотя общая схема постановки задачи заслуживает того, чтобы быть взятой за основу для дальнейшего развития и корректного уточнения. На основании известной аппроксимации случайных функций через математические ожидания и дисперсии записывается задача оптимизации процесса испытаний. Задачи испытания изделий и математических моделей также часто ставятся как задачи проверки гипотез и планирования эксперимента – см., например [44].

Весьма распространённым является метод Model Checking и его вариант Statistical Model Checking, которые применяются для тестирования и комплексных систем, и сложного программного обеспечения [80, 102]. Данный метод используется для комплексных систем с конечным множеством состояний, чьи количественные свойства специфицируются логическими выражениями, что позволяет оценивать меру соответствия свойств системы требуемым значениям. Задача тестирования стохастической системы формулируется как проверка гипотезы, удовлетворяют ли свойства заданным требованиям. Наличие описаний системы в логических выражениях позволяет использовать эти выражения для комплексирования элементарных тестов в сложные. Общие подходы к тестированию изложены в достаточно большом количестве ставших классическими работ – см., например, [7], а также основном профессиональном интернет-источнике программной индустрии - SWEBOK V3 [86].

Другим популярным методом тестирования программных систем являются различные вариации регрессионного тестирования (Regression Testing) [81]. Регрессионное тестирование выполняется для верификации эксплуатируемого программного обеспечения и подтверждения его качества после внесения изменений и модернизаций. Наборы тестов всегда растут в объёмах, соответствуя развитию программного обеспечения, делает чрезмерно дорогостоящим выполнение всего набора тестов после каждого изменения. В рамках регрессионного тестирования используются такие приёмы как минимизация, отбор и установление приоритетов тестов, реализуемые в виде формальных процедур. Минимизация набора тестов направлена на устранение избыточных тестовых примеров. Отбор тестового примера направлен на выделение тестов, непосредственно связанных с последними изменениями. Приоритезация направлена на упорядочивание последовательности тестов таким образом, чтобы максимально быстро обнаруживать ошибки.

Также среди популярных методов необходимо отметить тестирование на основе моделей (Model-Based Testing) [71], различные последовательные процедуры тестирования и широкое использование последовательного анализа [77], имитационных моделей [114], специальные методы тестирования кибер-физических систем [83] и другие.

В работе [114] рассматривается проблема формирования согласованных планов задач для группы автономных агентов – подвижных роботов, которые находятся на качающейся плоскости, и задача которых стабилизировать плоскость. Для решения задачи предлагаются методика группового обучения автоматов, заключающаяся в циклическом генерировании обучающих сигналов и статистическом закреплении «навыков».

В настоящее время разработано достаточно большое количество моделей, описывающих процесс извлечения/приобретения знаний, все они в той или иной степени реализуют последовательные процессы анализа предметной области и улучшения моделей, приведём несколько примеров. В [137] предложен общий алгоритм поддержки принятия решений на основании анализа большого количества смешанных данных (непрерывных и порядковых). В [119, 129] утверждается, что стохастические и детерминированные знания дополняют друг друга и улучшают друг друга, вводится стохастическая модель приобретенных знаний на основе диффузионной аппроксимации. Работа [119] посвящена оптимальному байесовскому агенту-алгоритму моделирующему процесс извлечения знаний в ходе последовательных наблюдений за стохастической средой со счётным множеством состояний, в основу алгоритма положена теория индуктивного вывода Соломонова (Solomonoff's Theory of Inductive Inference).

Объектом исследования [17] являются базы данных систем автоматизированного проектирования, а предметом - процесс извлечения знаний из таких баз данных. Распределенность источников данных, гетерогенность представленных в них данных и вычислительная сложность анализа данных большого объёма обусловливают применение агентно-ориентированного подхода к достижению поставленной цели. Разработана организационная модель многоагентной системы извлечения знаний из распределенных гетерогенных баз данных. Описаны основные роли агентов и их взаимодействие между собой.

Работа [90] посвящена методам обобщения знаний, полученных из эмпирических наблюдений. Знание синтезируется алгоритмом кластеризации, основываясь на обнаружении статистически значимых событий. Алгоритм, использующий вероятностную информационную меру, группирует упорядоченные и неупорядоченные дискретные данные в ходе двух фаз: Во время инициирования кластера выполняется анализ распределения расстояний между ближайшими соседями для выбора критерия объединения образцов в кластеры. Во время уточнения кластера образцы перегруппируются с использованием метода покрытия событий, который выбирает подмножества статистически релевантных событий.

В работе [24] предложена и реализована (в виде математической модели и программного комплекса) концепция использования коэффициентов ценности, для ранжирования ответов в универсальных гибридных вопросно-ответных системах, которая позволяет повысить эффективность формирования базы знаний системы.

Тема повышения эффективности производства в результате его освоения обсуждается экономистами с развитием машинного производства в девятнадцатом веке, но только в 1936 году Т. Райт описал [138] эффект снижения издержек (прежде всего, трудозатрат) на единицу продукции при росте объёма выпуска и постулировал экспоненциальную модель кривой обучения. В русскоязычной литературе по менеджменту и экономике эта модель называется «кривой Райта». Б. Хендерсон из консалтинговой компании Boston Consulting Group обобщил модель Райта в работе [101]. В исследованиях Boston Consulting Group, выполненных в 1970-х годах, были выявлены эффекты снижения удельных издержек/трудозатрат для различных отраслей промышленности, которые варьировались от 10 до 25 процентов при удвоении объёма выпущенной продукции.

Модели итеративного научения [58] в педагогике, психологии, физиологии человека и животных описывают процесс итеративного научения *(научение* – процесс и результат приобретения индивидуального опыта [45]) – многократного повторения обучаемой системой (живой или неживой – технической или кибернетической) действий, проб, попыток и т.д. для достижения фиксированной цели при постоянных внешних условиях. В обзорной работе [58] проанализированы десятки известных и распространённых моделей итеративного научения, и сформулирована общая модель, обобщающая свойства отдельных моделей. Ограничением и отдельных моделей научения и обобщающей модели является, во-первых, постулирование законов научения, во-вторых, отсутствие обоснованных механизмов комплексирования моделей элементов в модель сложной системы, осуществляющей научение.

В педагогических измерениях получили широкое развитие методы современной теории тестов Item Response Theory [75, 135], предназначенной для оценивания латентных (ненаблюдаемых) параметров испытуемых и заданий тестов на основе статистических моделей измерения. Модель взаимосвязи между значениями латентных переменных и наблюдаемых результатов выполнения теста в IRT определяется как условная вероятность правильного выполнения обучаемыми заданий теста. При этом условная вероятность задаётся логистической кривой или функцией вероятности нормального распределения. Наиболее распространёнными являются модели

Раша [33] и Бирнбаума [70, 75] в которых выбираются конкретные значения коэффициентов логистической функции.

Подводя итоги краткого обзора известных результатов можно сказать, что рассмотренные модели представляют те или иные элементы цикла интегрированной модели в относительно простой форме: во-первых, без учёта рекурсивности и фрактальности таких циклов; во-вторых, постулируя базовые закономерности (например, экспоненциальная или логистическая зависимость эффективности компонентов изделия от продолжительности испытаний в [1] или экспоненциальная или логистическая зависимость уровня научения от времени в [58]), которые вообще говоря, являются следствием более сложных процессов требующих моделирования анализа. В то же время, результаты, изложенные в [9, 11, 15] позволили проанализировать особенности этого цикла и отразить их в единой общесистемной интегрированной модели (Рис. 9), которая благодаря этому обобщает, детализирует и уточняет известные модели.

Основываясь на интегрированной модели (Рис. 9), сформулируем задачи оптимизации процесса управления компонентами технологии КД.

1.6. Задачи управления компонентами технологии

Процесс создания и использования технологии при реализации ЖЦ КД (Рис. 9) включает создание недетализируемых элементов технологии (НДКТ), а также интеграции НДКТ в комплексную технологию КД. Поэтому необходимо решить задачи управления НДКТ, а на их основе – интеграции НДКТ в комплексную технологию, ККТ, и управление ею.

Задачи управления недетализируемыми компонентами технологии. Интегрированная модель (Рис. 9) описывает циклическое повторение проверок НДКТ – и в ходе предварительных проверок (блок «3» на Рис. 9), и при реализации жизненного цикла (блок «4» на Рис. 9), поэтому естественно рассматривать создание НДКТ как процесс с дискретным временем и считать, что в каждом периоде (одной предварительной проверки или одного ЖЦ) внешняя среда принимает одно из *множества возможных состояний внешней среды* (МВСВС). В интересах данной задачи считаем, что МВСВС может быть разделено на некоторое количество непересекающихся областей, а состояния внешней среды, принадлежащие одной области, неразличимы. Поэтому говорим, что МВСВС конечно, а состояние внешней среды принимает одно и только одно значение из МВСВС в каждом периоде дискретного времени.

Считаем, что, если состояние внешней среды в каком-то периоде впервые принимает некоторое значение, то возникает событие неопределённости, требующее затрат на создание или адаптацию НДКТ применительно к этим условиям. Когда состояние внешней среды повторно принимает это значение на одном из более поздних периодов, затрат на создание технологии не требуется.

Тогда процесс создания НДКТ будет описываться тем, сколько и какие значения из МВСВС принимало состояние внешней среды, а какие ещё нет, введём для этого показатель уровень разработанности технологии (аналог уровня научения; последовательность значений уровня научения называется кривой научения). Уровень разработанности определим как долю состояний внешней среды, для которых технология проверена или адаптирована, или как вероятность того, что в следующем периоде состояние внешней среды примет одно из значений, которые уже принимало ранее.

Естественной является постановка задачи как можно более быстрого и эффективного достижения требуемого уровня разработанности технологии, оптимизируемыми и ограничивающими параметрами могут быть время и ресурсы.

В общем случае оптимизация процесса создания технологий может выполняться за счёт:

- Выбора разбиения состояний внешней среды на непересекающиеся подмножества, внутри которых все состояния внешней среды считаются эквивалентными.
- Выбора последовательности перебора состояний внешней среды при проверках.
- Перераспределения проверок между уровнем создания НДКТ (внутри блока «2» Рис. 9) и уровнем СЭДа после интеграции НДКТ (блок «3»).
- Разделения ограниченных ресурсов между отдельными НДКТ без или с учетом времени начала создания НДКТ и его продолжительности.
- Определения допустимого (с точки зрения рисков) объёма привлекаемого (неограниченного) ресурса для обеспечения всех НДКТ.

Операции «эвристики» (блок «2» на Рис. 9) и проверки технологий (внутри блока «3») являются специфическими и на общесистемном уровне не могут являться объектами управления и оптимизации. Поэтому в интересах данной задачи можно считать, что они характеризуются известными временами выполнения и расходуемыми ресурсами (в частном случае, случайными величинами с известными законами распределения). Также считаем, что эти операции выполняются независимо, а связи между ними реализуются через заданные причинно-следственные зависимости между процессами создания отдельных элементов технологии, фиксированными считаем перечни элементов КД, логические и причинно-следственные модели.

Знания субъекта о внешней среде и его возможности влияния на неё могут характеризоваться в зависимости от специфики КД различными сочетаниями факторов, приведённых в Табл. 3 ниже.

Когда субъект знает перечень возможных состояний внешней среды и может выбирать очередное состояние (строка 1 в Табл. 3 ниже), задача является тривиальной: субъект упорядочивает состояния, начиная с наиболее вероятного, по убыванию вероятностей и последовательно перебирает их до достижения требуемого уровня. Такой алгоритм минимизирует и время, и затраты на достижение требуемого уровня.

Сочетание, когда состояния внешней среды неизвестны субъекту, но он может управлять их выбором (строка 2 в Табл. 3), является несовместным.

Табл. 3. Варианты постановки задачи синтеза технологии

<table>
<tr><th rowspan="2">Известны ли субъекту перечень возможных состояний внешней среды и вероятности их наступления</th><th rowspan="2">Может ли субъект управлять выбором состояния внешней среды</th><th colspan="2">Перечень возможных состояний внешней среды и вероятности их наступления</th></tr>
<tr><th>Не изменяются</th><th>Могут изменяться</th></tr>
<tr><td>Известны</td><td rowspan="2">Может управлять</td><td colspan="2">Задача тривиальна</td></tr>
<tr><td>Неизвестны</td><td colspan="2">Сочетание несовместно</td></tr>
<tr><td>Известны</td><td>Не может</td><td>Задача 1</td><td>Задача 3</td></tr>
</table>

Неизвестны	управлять	*Задача 2*	*Задача 4*

Остальные сочетания дают четыре варианта постановки: «задача 1» - «задача 4». Во всех них реализация очередного состояния неопределённа и не зависит от субъекта.

Если неопределённость внешней среды истинная (у субъекта нет оснований для описания внешней среды какими-либо закономерностями и/или ограничениям), то задача вырождается.

В случае измеримой неопределённости субъект может использовать стохастические, нечёткие, интервальные или какие-либо иные известные модели внешней среды и с их помощью устранять неопределённость [65].

«Задача 1» (перечень и вероятности наступления состояний внешней среды постоянны и известны субъекту) возникает всегда и является в этом смысле базовой. Первоначальный синтез технологии КД субъект всегда выполняет, ориентируясь на определённый перечень состояний внешней среды, задаваемый спросом на результаты КД, и процесс проверок (блок 3 на Рис. 7, Рис. 8 и Рис. 9) соответствуют «задаче 1». «Задача 1» может формулироваться как расчёт кривой уровня разработанности технологии (т.н. кривая научения) и оптимизация этого уровня в зависимости от времени и ресурсов.

Аналогично «задача 4» с необходимостью возникает при сколько-нибудь продолжительном использовании технологии, что отражает естественную изменчивость внешней среды, этому случаю отвечает реализация продуктивных активностей (блок 4 Рис. 9). «Задачу 4» имеет смысл ставить как оптимальное принятие решений об обнаружении изменений закономерностей поведения внешней среды и необходимости адаптации/модернизации компонента технологии.

«Задачи 2 и 3» - промежуточные, они могут возникать или не возникать в зависимости от специфики предметной области, а с формальной точки зрения - являются вариациями «задачи 4».

Задачи управления комплексными компонентами технологии. Комплексные компоненты технологии формируются путём интеграции недетализируемых компонентов, поэтому рассмотрим сначала механизм комплексирования НДКТ в ККТ. Интеграция НДКТ и формирование таким образом ККТ осуществляется согласно логической и причинно-следственным структурам КД [11].

Логическая структура КД определяется [11] в виде конечного ациклического графа, описывающего структуру целей элементов КД и тот факт, что каждый СЭД (и КД в целом, как частный случай) декомпозирован на конечное число нижестоящих СЭДов и элементарных операций. Кроме структуры целей логическая структура представляет также «управленческую» иерархию подчиненности и ответственности субъектов СЭДов за результаты – за достижение целей. Логическая структура каждого отдельного СЭДа является одноуровневой, отражая фактически перечень подцелей нижестоящих элементов КД. Поэтому на общесистемном уровне логические модели любых СЭДов эквиваленты: логическая модель элемента КД АРП, не обладает какими-либо общесистемными отличиями – как и логической модели любого СЭДа ей соответствует веерная структура.

Причинно-следственная модель СЭДа [11] описывает технологические связи между нижестоящими элементами КД, то есть задаёт порядок достижения целей каждого из элементов КД, она является причинно-следственной структурой, заданной на множестве целей. Структура может быть описана ориентированным графом, вершины которого отражают цели элементов КД (или сами элементы), а множество дуг - непосредственные причинно-следственные отношения между целями. Граф будет обладать рядом свойств, следующих из того, что вершинами его являются цели организованных вышестоящим СЭДом элементов КД:

- Граф содержит единственную конечную вершину, соответствующую конечной цели группы элементов КД.
- Граф является связным, так как задание подцелей, не являющихся необходимыми для достижения конченой цели, лишено смысла.
- Граф не может содержать циклы, так как декомпозиция целей на подцели предполагает однократное достижение любой из подцелей. Если какая-либо подцель должна быть достигнута конечное (декомпозиция цели на бесконечное количество подцелей не имеет смысла) число раз, это следует отражать как несколько подцелей.
- Нумерация вершин графа является правильной [19]. «Правильность» нумерации вершин графа отражает априорные представления о причинно-следственных

связях результатов нижестоящих элементов деятельности.

Такой граф будет условно называть *«бинарной» сетью*, т.е. любой её элемент характеризуется своими бинарными результатом - фактом достижения или не достижения цели, условная трактовка которого: цель элемента КД достигнута и результат может быть использован другими элементами КД, или результат не пригоден для использования другими элементами КД.

Бинарная сеть также задаёт фактически предусловия выполнения элементов КД, в виде логических функций-предусловий, аргументами которых являются результаты вершин – непосредственных предшественников. Наиболее простыми примерами функций-предусловий являются конъюнкция (когда для начала выполнения элемента необходимо достижение результатов всеми его непосредственными предшественниками), и дизъюнкция (когда для начала выполнения элемента необходимо достижение результата хотя бы одним из его непосредственных предшественников).

Свойства бинарной сети позволяют говорить о необходимости и достаточности перечня задач комплексирования компонентов технологии в составе а) последовательного, б) параллельного конъюнктивного и в) параллельного дизъюнктивного комплексирования компонентов технологии. В каждом из вариантов комплексирования следует оптимизировать уровень разработанности комплексного компонента технологии в зависимости от времени и ресурсов.

Итак, проблемы управления технологией комплексной деятельности организационно технических систем описаны в виде алгоритмических моделей и задач управления компонентами технологии. Полученная формализация может служить теоретической основой разработки математических моделей разработки и освоения технологий комплексной деятельности сложных организационно-технических систем. Эти модели рассматриваются во второй главе.

2. МОДЕЛИ РАЗРАБОТКИ И ОСВОЕНИЯ ТЕХНОЛОГИИ

Проблема управления технологией КД ОТС рассмотрена и формализована в первой главе и в [15], где проанализированы наиболее важные особенности КД ОТС, предложены формальные модели и сформулированы математические задачи управления технологией КД.

В настоящей главе проблема разработки и/или освоения технологии комплексной деятельности формализована в виде математической модели [12], являющейся обобщением вероятностных моделей научения. Исследованы свойства и получены аналитические выражения характеристик моделей, предложены методики, описывающие комплексирование элементов технологии. Показано, что частными случаями рассматриваемой модели являются широко распространенные в теории научения модели экспоненциальных, гиперболических и логистических кривых научения, а также модели научения в процессе работы и группового научения.

Настоящая глава имеет следующую структуру. В разделе 2.1 на основании результатов первой главы проанализированы общесистемные проблемы разработки, освоения, оптимизации и модернизации технологии КД и сформулированы в общем виде соответствующие математические задачи. В разделе 2.2 проанализированы свойства процесса разработки/освоения технологии. В разделе 2.3 приведены аппроксимации кривой научения при различных распределениях вероятности состояний внешней среды, в разделе 2.4 – оценки среднего времени достижения требуемого уровня научения. Раздел 2.5 содержит описание моделей комплексирования компонентов технологии.

2.1. Концептуализация проблемы управления технологией

Технология КД выше определена как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели. *Управлением технологией* в [15] и в первой главе условно названа деятельность по созданию компонентов технологии в виде соответствующих информационных моделей, их комплексированию и поддержанию в состоянии, адекватном условиям внешней среды в ходе реализации жизненного цикла КД; для описания этого процесса использована интегрированная модель в BPMN-нотации [89] (см. Рис. 9). Содержательно, технология представляет собой сценарии деятельности субъекта в зависимости от внешних условий (состояний *внешней среды*).

Уточним определение управления технологией КД, для чего расширим и проанализируем семантику интегрированной модели Рис. 9, которая представляет различные виды КД:

• *разработку* новой технологии КД или её *модернизацию* – блоки 1, 2 и цикл, включающий блок 3;

• последующее *применение* технологии КД – блок 4;

• выявление необходимости модернизации технологии - переход от c к a;

• тестирование или *освоение* технологии КД - объективное (когда технология новая) или субъективное (когда технология существует, а субъект её осваивает/обучается) – цикл, включающий блок 3.

Несмотря на разнообразие перечисленных видов деятельности, их объединяет единое основание - их предметом является технология КД, все они направлены на изменение технологии КД, на изменение состояний технологии или ее отношений с субъектом КД. Поэтому деятельность всех этих видов является управлением технологией КД (*управление* согласно [11, 14] - комплексная деятельность, обеспечивающая воздействие субъекта управления на управляемую систему (объект управления), призванное обеспечить ее (его) поведение, приводящее к достижению целей субъекта управления).

В общем случае оптимизация процесса управления технологией может выполняться за счёт:

- Выбора разбиения состояний внешней среды на непересекающиеся подмножества, внутри которых все состояния внешней среды считаются эквивалентными;
- Выбора последовательности «перебора» состояний внешней среды при проверках;
- Перераспределения проверок между уровнем создания компонента технологии (блок «2» на Рис. 9) и уровнем интеграции (блок «3»);
- Разделения ограниченных ресурсов между отдельными операциями управления технологией;
- Определения допустимого (с точки зрения рисков) объёма привлекаемого ресурса для обеспечения всех компонентов технологии.

Каждая из операций-«эвристик» создания технологии (блоки «1» и «2» на Рис. 9) и проверки технологий (блок «3») являются специфическими – зависят от предметной области - и на общесистемном уровне не могут являться объектами управления и оптимизации. Поэтому в интересах рассматриваемой задачи можно считать, что они характеризуются известными временами выполнения и расходуемыми ресурсами (в частном случае, случайными величинами с известными законами распределения). Также считаем, что эти операции выполняются независимо, а связи между ними реализуются через заданные причинно-следственные зависимости между процессами создания отдельных элементов технологии; фиксированными считаем перечни элементов КД, логические и причинно-следственные модели [11].

Выполнение различных видов КД, описываемых интегрированной моделью Рис. 9, будем представлять, следуя [15], как процесс с дискретным временем, когда в каждом периоде выполняется один элемент КД (один из блоков «1-2-3-4» модели Рис. 1), при этом состояние внешней среды принимает одно и только одно значение из конечного *множества возможных состояний внешней среды* (МВСВС).

Будем считать, что, если состояние внешней среды в каком-то периоде впервые принимает некоторое значение, то возникает событие *неопределённости*, требующее затрат на создание или адаптацию технологии применительно к этим условиям. Когда состояние внешней среды повторно принимает это значение в одном из более поздних периодов, затрат на создание технологии не требуется. Неопределённость внешней среды предполагает, что субъект не может влиять на выбор её очередного состояния; для описания неопределённости используем вероятностные инструменты.

Предположим, что МВСВС состоит из K различных состояний, одно и только одно из которых внешняя среда принимает в каждом периоде дискретного времени, независимо от принятых в предыдущие периоды значений. Обозначим через p_k вероятность того, что состояние внешней среды примет k-е значение (очевидно, $\sum_{k=1}^{K} p_k = 1$).

Состояния процесса реализации различных фаз жизненного цикла технологии в момент времени t будем описывать K-мерным вектором-строкой $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, ..., x_{kt}, ..., x_{Kt})$, каждый x_{kt} из элементов которого принимает значения 0 или 1, соответственно, если внешняя среда ещё не принимала или хотя бы один раз принимало k-е значение. В рамках рассматриваемой модели k-й элемент вектора x_t может переходить из состояния 0 в 1, но не наоборот.

В рамках рассматриваемой модели процесс реализации различных фаз жизненного цикла технологии описывается тем, сколько и какие значения из МВСВС принимало состояние внешней среды, а какие ещё нет.

Уровень зрелости, готовности технологии к использованию в момент времени t будем характеризовать следующей величиной $L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} p_k$, $0 \le L_t \le 1$ (или, наоборот, 1 - L_t). Величина L_t соответствует доле состояний внешней среды, для которых технология проверена или адаптирована в течение предшествующих t периодов, или же вероятности того, что в следующем периоде (t + 1) состояние внешней среды примет одно из значений, которые уже принимало ранее. Для обозначения L_t будем использовать термин *уровень разработанности* технологии или, следуя традициям моделирования процессов научения [58], *уровень научения*, а последовательность значений уровня научения называть *кривой научения*. Следует отметить, что термин «кривая научения» в схожих смыслах чрезвычайно распространен в современной науке, начиная с «кривых забывания» Г. Эббингауза [96], психологии всего XX века (см., например, классические статьи [132, 133, 134] и монографии [4, 23, 103]), моделей Т. Райта [138] и его последователей [91, 101] (описывающих снижение временн*ы*х затрат на производство единицы продукции с ростом осуществленных объемов производства), до моделей обучения искусственных нейронных сетей.

Процесс разработки / проверки технологии в данной постановке может быть рассмотрен с другой точки зрения: он представляет собой последовательное наблюдение серий уже известных состояний внешней среды, прерывающихся наступлениями новых (впервые наблюдаемых) состояний. Длительность таких серий (от одного впервые наблюдаемого состояния до следующего) отвечает схеме Бернулли и описывается геометрическим распределением с параметром, равным уровню научения. В течение каждой такой серии этот параметр геометрического распределения постоянен и скачкообразно меняется в конечной точке серии – в момент наблюдения нового состояния. Тогда в каждый момент времени t матожидание длины текущей серии (до ближайшего момента наблюдения нового состояния внешней среды, не включая его) равно $L_t\,(1 - L_t)^{-1}$. Длина серии соответствует количеству повторов, необходимых для увеличения уровня разработанности/научения, что, в свою очередь, отвечает величине «издержек» (например, временн*ы*х), требуемых для получения очередного приращения уровня научения, фактически, для получения порции новых знаний. Поэтому в некоторых случаях будем использовать матожидание *длины серии* наряду с уровнем научения для описания процесса научения и обозначать его $N_t = L_t\,(1 - L_t)^{-1}$ для $L_t < 1$.

Естественной является постановка задачи управления с целью как можно более быстрого или наименее ресурсоёмкого достижения требуемого уровня разработанности технологии или научения; оптимизируемыми и/или ограничивающими параметрами могут быть ресурсы или время.

В зависимости от знаний субъекта КД о внешней среде, в первой главе и в [15] сформулированы две задачи управления компонентами технологии.

Первая задача (условно назовём её *базовой*) характеризуется условиями, когда перечень и вероятности реализации состояний внешней среды постоянны и известны субъекту, т.е. K и все $\{p_k\}$ известны субъекту, независимы и не меняются во времени. Эта задача возникает всегда и является в этом смысле базовой: первоначальный синтез технологии КД и процесс проверок (блок 3 на Рис. 9) субъект всегда выполняет, ориентируясь на определённый перечень состояний внешней среды. Базовая задача формулируется как получение зависимости УРТ от времени и её оптимизация в зависимости от ресурсов.

Вторая задача характеризуется *неизвестными свойствами внешней среды*, т.е. тем, что перечень и вероятности реализации состояний внешней среды K и/или хотя бы некоторые из вероятностей $\{p_k\}$ неизвестны субъекту или могут изменяться. Данная задача с необходимостью возникает при сколько-нибудь продолжительном повторяемом использовании технологии, когда вследствие естественной изменчивости внешней среды разработанная ранее технология перестаёт соответствовать новым условиям, что обнаруживается в результате выполнения продуктивных активностей (блок 4 на Рис. 1). Так как вторая задача (с неизвестными свойствами внешней среды) решается на основе закономерностей, характерных для первой, поэтому в данной работе всё внимание уделим первой задаче.

Комплексные компоненты технологии формируются путём интеграции компонентов согласно логической и причинно-следственным структурам КД [11]. Выше в первой главе показано, что на общесистемном уровне логические модели любых структурных элементов КД (обладающих внутренней структурой) эквивалентны – им соответствует веерная структура, в то время как причинно-следственная модель описывается графом определённого вида – т.н. «*бинарной сетью*» [15]. Набор свойств бинарной сети позволяет говорить о необходимости и достаточности перечня задач комплексирования компонентов технологии в составе а) последовательного, б) параллельного конъюнктивного и в) параллельного дизъюнктивного комплексирования компонентов технологии. В качестве сложного варианта комплексирования следует также рассмотреть случай г) создания компонента технологии одновременно с созданием собственно технологии его создания, возникающий при «пионерных» инновационных разработках. В каждом из вариантов комплексирования следует оптимизировать уровень научения комплексного компонента технологии в зависимости от времени и ресурсов.

Таким образом, рассмотрение процессов разработки/освоения технологий КД порождает две задачи (базовую и с неизвестными свойствами внешней среды) управления компонентами технологии КД и четыре а)-г) задачи комплексирования компонентов технологии КД, причем все они вписываются в интегрированную модель Рис. 9.

2.2. Анализ процесса разработки/освоения компонента технологии

Исследуем свойства процесса *разработки/освоения компонента технологии* и уровня научения L_t в случае, когда K и все $\{p_k\}$ известны субъекту КД.

Данный процесс (вектор x_t) является марковской цепью с конечным множеством состояний, номера которых y_t образуем из элементов вектора-строки x_t по следующему правилу: $y_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} 2^{k-1}$;

тогда y_t также является марковской цепью и принимает любые целочисленные значения от 0 до $I = \sum_{k=1}^{K} 2^{k-1} = 2^K - 1$ включительно.

Сформируем матрицу $\Pi = \left\{\pi_{ij}; i = 0, 1, ..., I; \ j = 0, 1, ..., I\right\}$ переходных вероятностей процесса y_t. В начальный момент времени $t = 0$ процесс y_t находится 0-м состоянии $y_0 = 0$ ($x_{k0} = 0$ для всех k), с вероятностью 1. Из состояния «0» процесс может перейти только в состояния с номерами 2^{k-1} с вероятностями p_k, в частности, в состояние «1» - с вероятностью p_1, в состояние «2» - с вероятностью p_2, в состояние «4» - с вероятностью p_3 и т.д.; оставаться в состоянии «0» процесс не может.

Из состояния «1» процесс не может вернуться в состояние «0», с вероятностью p_1 он может остаться в состоянии «1», а с вероятностями p_k перейти в состояния $2^{k-1} + 1$ для каждого $1 < k \le K$.

Вычислим элементы i-й строки матрицы П при $0 < i \le I$. Будем обозначать функцию, выделяющую значение k-го разряда в двоичном представлении числа i как $b(i,k)$, причём самый младший разряд считаем первым, то есть $i = \sum_{k=1}^{K} b(i,k) 2^{k-1}$.

Для i-го состояния вероятность сохранения состояния в следующем периоде равна $\pi_{ii} = \sum_{k=1}^{K} b(i,k) p_k$; переход в любое состояние с номером $j < i$ невозможен ($\pi_{ij} = 0$); и для каждого k, для которого $x_k = 0$ вероятность перехода в состояние $i + 2^{k-1}$ равна p_k, для остальных состояний с номерами, большими, чем i вероятности также равны 0.

Запишем выражение для элементов матрицы переходных вероятностей:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 0, \ j \ne i + 2^n, n = 1, 2, ..., K, \\ \sum_{k=1}^{K} b(i,k) p_k, \ j = i, \\ p_n, \ j = i + 2^n, n = 1, 2, ..., K \text{ и } j \le I \end{cases} \qquad i = 0,1,...,I, \ j = 0,1,...,I .$$

Тогда матрица П переходных вероятностей марковской цепи y_t (верхне)треугольная, а состояние с максимальным номером $I = 2^K - 1$ - поглощающее: $\pi_{II} = 1$ и $\pi_{Ij} = 0;\ j \neq I$.

Обозначим распределения вероятностей состояний цепи через $q_{it} = Pr(y_t = i)$, в векторной нотации: $q_t = (q_{0t}, q_{1t}, ..., q_{it}, ..., q_{It})$; в начальный момент времени t = 0 распределение $q_0 = (1, 0, ..., 0)$, тогда $q_t = q_{t-1}\Pi$ для любого $t > 0$ и $q_t = e_0\Pi^t = (1,0,0,\ldots,0)\Pi^t$. Здесь и далее будем обозначать через e_i вектор-строку соответствующей размерности, у которого все элементы, кроме i-го равны 0, а i-ый элемент равен 1.

<u>Утверждение 1.</u> Вероятность q_{it} любого состояния $0 < i < I$ при $t \to \infty$ мажорируется функцией $t^{K-1}\nu^t$, то есть $q_{it} < \alpha t^{K-1}\nu^t$, где α и $\nu < 1$ - некоторые константы.

Доказательство утверждения 1. Разделим все состояния цепи на группы по количеству единиц в двоичном представлении номера состояния, то есть по $\sum_{k=1}^{K} b(i,k)$. Эти группы обладают двумя свойствами, следующими одно из другого:

1) любое состояние из l-й группы может быть достигнуто из 0-го состояния за l периодов цепи;

2) любое состояние из l-й группы может быть достигнуто только из состояний $(l - 1)$-ой группы.

Таких групп будет $K + 1$, т.к. l меняется от 0 до K. Рассмотрим состояния из 1-й группы, для каждого из них $q_{it} = p_k{}^t$, где k - номер соответствующего состояния природы.

Тогда для состояний 1-й группы справедливо утверждение $q_{it} < \alpha t^0 \nu_1{}^t$, где $\nu_1 = \max_k \{p_k\}$, α = 1.

Пусть $q_{it} < \alpha t^{l-1} \nu_l{}^t$ для всех состояний l-ой группы. Эволюция распределения вероятностей состояний цепи описывается соотношением $q_{it} = \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} q_{jt-1} + \pi_{ii} q_{it-1}$. Тогда для любого состояния из l+1-й группы при $t < l$; $q_{it} \equiv 0$, а при $t \geq l$

$q_{it} = \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}{}^{\theta} \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} q_{jt-1-\theta} = \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}{}^{\theta} q_{jt-1-\theta}$. Получим ограничение на q_{it}.

$$q_{it} = \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}{}^{\theta} q_{jt-1-\theta} < \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}{}^{\theta} \alpha \left(t-1-\theta\right)^{l-1} \nu_l{}^{t-1-\theta} < \alpha t^{l-1} \sum_{j=0}^{i-1} \pi_{ji} \sum_{\theta=0}^{t-l} \pi_{ii}{}^{\theta} \nu_l{}^{t-1-\theta} <$$

$$< \alpha t^{l-1} \left(t-l\right)\left(\max\left\{\pi_{ii}; \nu_l\right\}\right)^{t-1} < \alpha \nu_{l+1}{}^{-1} t^l \nu_{l+1}{}^{t},$$

где $\nu_{l+1} = \max\left\{\nu_l;\ \max_i \left\{\pi_{ii}\right\}\right\}$, максимум берётся по всем состояниям i, принадлежащим (l + 1)-ой группе.

Следовательно, для всех состояний (l + 1)-ой группы выполнено $q_{it} < \left(\alpha \nu_{l+1}{}^{-1}\right) t^l \nu_{l+1}{}^{t}$.

Тогда из метода математической индукции последует справедливость утверждения для всех i-х состояний цепи кроме I-го. Утверждение 1 доказано. •[9]

Содержательно утверждение 1 означает, что вероятности всех состояний цепи, кроме I-го, уменьшаются по времени не медленнее, чем $t^{K-1}\nu^t$, и, наоборот, вероятность I-го состояния стремится к 1 не медленнее, чем $\alpha t^{K-1}\nu^t$, то есть $q_{It} > 1 - \alpha t^{K-1}\nu^t$, где $\nu = 1 - \min_k\left\{p_k\right\}$.

Из утверждения 1 непосредственно следует также, что стационарное распределение вероятностей марковской цепи y_t существует и единственно $s = \left(0, 0, ..., 0,1\right) = e_I$, оно является единственным решением матричного уравнения $s = s\Pi$ ($s_i = \sum_{i=0}^{I} \pi_{ji} s_j$).

Следовательно, рассматриваемая модель создания технологий имеет единственное устойчивое состояние – состояние, когда все возможные состояния внешней среды проверены, то есть на длительном периоде можно достичь любого наперёд заданного уровня (сколь угодно близкого к единице) научения.

---

[9] Символ «•» здесь и далее обозначает окончание доказательства или примера.

Исследуем *кривую научения* - поведение математического ожидания процесса $L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} p_k$. Используем символическую запись $E[\cdot]$ для обозначения математических ожиданий.

Прежде всего, из утверждения 1 следует сходимость по вероятности уровня научения к единице:

$$\forall \varepsilon > 0,\ \lim_{t\to\infty} \left\{ \Pr\left(\left| L_t - 1 \right| > \varepsilon \right) \right\} = 0 .$$

Во-первых, в силу определения процесса L_t его приращения всегда неотрицательны: $\Delta L_t = L_t - L_{t-1} \geq 0$, причём и значения L_t, и приращения ΔL_t неотрицательны и не больше единицы. Во-вторых, процесс L_t также является марковской цепью, то есть для любого t L_t и ΔL_t - независимые случайные величины. Тогда[10]:

(1) $E\left[L_t\right] = \sum_{k=1}^{K} p_k E\left[x_{kt}\right] = \sum_{k=1}^{K} p_k \left(1 - \left(1 - p_k\right)^t\right) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \left(1 - p_k\right)^t$.

С другой стороны, выражение (1) для $E\left[L_t\right]$ также можно получить на основании распределения вероятностей состояний цепи q_t: $E\left[L_t\right] = \sum_{i=1}^{I} \left(\sum_{k=1}^{K} b(i,k)\, p_k \right) q_{it} = e_0 \Pi^t \beta$, где β – вектор-столбец, элементами которого являются величины $\sum_{k=1}^{K} b(i,k)\, p_k$, которые, в свою очередь, также являются диагональными элементами матрицы П.

Из (1) следует выражение для длины серии:

$$N_t = E\left[L_t\right]\left(1 - E\left[L_t\right]\right)^{-1} = \left(1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \left(1 - p_k\right)^t\right) \left(\sum_{k=1}^{K} p_k \left(1 - p_k\right)^t \right)^{-1} .$$

Так как $\Delta L_t = L_t - L_{t-1} \geq 0$, первые разности последовательности $E\left[L_t\right]$ строго положительны для всех t. Получим выражение для m-х разностей, для этого сначала вычислим первые:

---

[10] Напомним, что кривая научения L_t соответствует вероятности того, что внешняя среда примет новое значение на (t + 1)-ом шаге; эта вероятность оценивается по наблюдениям в течение t шагов включительно.

$$\Delta E[L_t] = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^t - \left(1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^{t-1}\right) = \sum_{k=1}^{K} p_k^{\,2} (1 - p_k)^{t-1} > 0,$$

$$\Delta^2 E[L_t] = \Delta E[L_t] - \Delta E[L_{t-1}] = \sum_{k=1}^{K} p_k^{\,2} (1 - p_k)^{t-1} - \sum_{k=1}^{K} p_k^{\,2} (1 - p_k)^{t-2} =$$

$$= -\sum_{k=1}^{K} p_k^{\,3} (1 - p_k)^{t-2} < 0.$$

Продолжая, легко получить:

$$\Delta^m E[L_t] = (-1)^{m+1} \sum_{k=1}^{K} p_k^{\,m+1} (1 - p_k)^{t-m} .$$

Следует заметить, что разности значений кривой научения для любого момента времени t образуют знакопеременную последовательность, значения которой убывают по модулю ($\left|\Delta^m E[L_t]\right| > \left|\Delta^{m+1} E[L_t]\right|$), и, кроме того, для первых разностей справедливо неравенство $1 - E[L_t] > \Delta E[L_t]$.

Таким образом, справедливо следующее утверждение.

<u>Утверждение 2.</u> Кривая научения $E[L_t]$ обладает следующими свойствами:

- в начальный момент времени t = 0 её значение равно нулю: $E[L_0] = 0$;
- она монотонно возрастает: $\Delta E[L_t] > 0$;
- первые разности ограничены неравенством
$$1 - E[L_t] > \Delta E[L_t];$$
- скорость её роста монотонно убывает: $\Delta E^2[L_t] < 0$ и $\Delta E^3[L_t] > 0$;
- она асимптотически стремится к единице.

2.3. Аппроксимации кривой научения

Рассмотрим возможные аппроксимации кривой научения $E[L_t]$ (см. выражение (1)) в зависимости от вида распределения возможных состояний внешней среды $P = \left\{ p_k;\, k = \overline{1, K};\, \sum_{k=1}^{K} p_k = 1 \right\}$.

А) **Равномерное распределение** возможных состояний внешней среды P. Обозначим для упрощения выкладок $\delta = 1 / K$, тогда

(2) $E[L_t] = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^t = 1 - \sum_{k=1}^{K} \delta (1-\delta)^t = 1 - (1-\delta)^t = 1 - \exp(-\gamma t)$,

где $\gamma = \ln(1 + 1 / (K - 1))$ - скорость изменения уровня ния - *скорость научения* [12].

Экспоненциальная кривая научения (2) (ее разностный аналог: $E[L_t] = E[L_{t-1}] + \gamma\, (1 - E[L_{t-1}]) = \gamma + (1 - \gamma)\, E[L_{t-1}]$) является хрестоматийной для теории научения (см. обзор в [58] и пионерскую работу [103]). В то же время, для рассматриваемой модели она является частным случаем, соответствующим равномерному распределению состояний внешней среды. Кроме того, как показано в [13] и в третьей главе настоящей работы, именно равномерное распределение состояний природы максимизирует ожидаемое значение уровня научения.

Средняя длина серии в случае равномерного распределения экспоненциально растёт $N_t = \exp(\gamma t) - 1$, что интуитивно очевидно: с ростом уровня научения при всё большей доле «освоенных» состояний внешней среды, получение новых знаний требует всё больших усилий для «поиска» новых состояний.

Разностное уравнение для N_t имеет простой вид $N_{t+1} = \exp(\gamma) N_t + (\exp(\gamma) - 1)$ - средняя длина серии мультипликативно растёт.

При $K \gg 1$ скорость научения

$$\gamma = \ln(1 + 1/ (K - 1)) \approx 1 / (K - 1) \approx 1 / K,$$

и

(3) $E[L_t] \approx 1 - \exp(-t / K)$.

Б) **Распределение (*n*, *δ*)** - с несколькими (n) одинаково высоковероятными состояниями и остальными ($K - n$) одинаково маловероятными ($\delta \ll 1 / K$) состояниями:

(4) $P = \left\{ p_k = (1 - \delta(K-n)) / n,\ k = \overline{1,n};\ p_k = \delta,\ k = \overline{n+1, K} \right\}$.

Имеет смысл рассматривать случай, когда вероятности $(1 - \delta(K-n)) / n$ первой группы состояний существенно больше вероятностей δ второй группы; случай, когда вероятности отличаются незначительно, аппроксимируется равномерным распределением (см. выше). То есть $\left(1-\delta\left(K-n\right)\right)/n \gg \delta$, а это означает, что $K\delta \ll 1$. Найдем кривую научения для рассматриваемого случая:

$$E\left[L_t\right]=1-\sum_{k=1}^{K} p_k\left(1-p_k\right)^t =$$

$$=1-\sum_{k=1}^{n}\frac{1-\delta(K-n)}{n}\left(1-\frac{1-\delta(K-n)}{n}\right)^t-\sum_{k=n+1}^{K}\delta\left(1-\delta\right)^t,$$

то есть

$$E\left[L_t\right]=1-\left(1-\delta(K-n)\right)\left(1-\frac{1}{n}+\frac{(K-n)}{n}\delta\right)^t-\left(K-n\right)\delta\left(1-\delta\right)^t.$$

При больших t (так как $\delta \ll 1/K$ и $n < N$, то $\left(1-1/n\right)<\left(1-\delta\right)$) случай (4) стремится к предыдущему (равномерному распределению):

$$E\left[L_t\right]\approx 1-\left(K-n\right)\delta\left(1-\delta\right)^t.$$

При малых t получается следующая аппроксимация:

$$E\left[L_t\right]\approx 1-\left(1-\delta(K-n)\right)\left(1-\frac{1}{n}+\frac{(K-n)}{n}\delta\right)^t$$

В) «**Зашумлённое равномерное» распределение** на «большом» множестве областей возможных состояний внешней среды:

(5) $$P=\left\{p_k;\ k=1,2,\ldots,K;\ \sum_{k=1}^{K}p_k=1;\ p_k\ll 1;\ K\gg 1\right\}.$$

При малых t кривая научения аппроксимируется следующим образом:

(6) $$E\left[L_t\right]=1-\sum_{k=1}^{K}p_k\left(1-p_k\right)^t\approx 1-\sum_{k=1}^{K}p_k\left(1-tp_k\right)=1-\sum_{k=1}^{K}p_k+t\sum_{k=1}^{K}{p_k}^2=t\sum_{k=1}^{K}{p_k}^2,$$

то есть линейно растёт по времени t со скоростью $\sum_{k=1}^{K}{p_k}^2$.

При больших t возможны два варианта поведения кривой научения. Если все области возможных состояний внешней среды примерно эквивалентны и вероятности различаются незначительно, то есть $p_k\approx 1/K;\ k=\overline{1,K}$, тогда справедлива оценка (3), полученная для равномерного распределения. Если имеется некоторое количество (n), существенно отличающихся областей, то адекватной является аппроксимация Б: $E\left[L_t\right] \approx 1-\left(1-\frac{n}{K}\right)\left(1-\frac{1}{K}\right)^t$.

Отметим, что аналитические выражения (2), (3) и (6) , а также свойства кривой научения $E\left[L_t\right]$ в описанной модели, в некотором смысле соответствует многим известным моделям научения (в частности рассмотренным в разделах 4.2 и 6.7 [58]). Однако известные модели постулируют сам закон изменения кривой научения или уравнения, его описывающие, в то время как предлагаемая модель описывает сам процесс научения-разработки, а уравнения и свойства кривой научения следуют из анализа модели.

2.4. Среднее время научения

Получим выражение для среднего времени достижения *требуемого уровня* $L_{\text{треб}} \in (0;1)$ научения (готовности, зрелости технологии), то есть среднее значение момента времени t, когда

$$L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt}\, p_k \geq L_{треб}\,.$$

Для этого исследуем поведение марковской цепи y_t, распределения вероятностей состояний $q_{it} = Pr\left(y_t = i\right)$. Выше было получено, что начальное (при $t = 0$) распределение $q_0 = \left(1, 0, \ldots, 0\right)$ и $q_t = q_{t-1}\Pi$ для любого $t > 0$, $q_t = e_0\,\Pi^t = (1, 0, 0, \ldots, 0)\,\Pi^t$.

Матрица Π является (верхне)треугольной, откуда следуют несколько свойств матрицы Π^t:

- определитель матрицы Π (обозначим его через $\Delta\Pi$) является произведением диагональных элементов $\Delta\Pi = \prod_{i=1}^{I} \pi_{ii}$;
- Π^t - также (верхне)треугольная (непосредственно следует из формулы умножения матриц);
- диагональные элементы матрицы Π^t являются степенями диагональных элементов матрицы Π, то есть $\pi_{ii}^t = \left(\pi_{ii}\right)^t$;

• определитель матрицы Π^t является степенью определителя Π, то есть $\Delta\Pi^t = \left(\Delta\Pi\right)^t = \left(\prod_{i=1}^{I}\pi_{ii}\right)^t$.

Сформируем «маску» - вектор-столбец r той же размерности, что и вектор-строка q_t, по следующему правилу:

$$r_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{k=1}^{K} b(i,k)\, p_k < L_{\text{треб}} \\ 0, & \text{если } \sum_{k=1}^{K} b(i,k)\, p_k \ge L_{\text{треб}} \end{cases} \quad i = \sum_{k=1}^{K} 2^k b(i,k) = 0,1,\ldots,I \quad .$$

Такой вектор-маска «выделяет» состояния процесса y_t, соответствующие уровням научения ниже требуемого. Тогда в каждый момент времени вероятность того, что уровень научения достиг или превысил заданный уровень будет равна $\Pr\left(L_t \ge L_{\text{треб}}\right) = 1 - q_t r$ или $\Pr\left(L_t < L_{\text{треб}}\right) = q_t r$. Вероятность того, что момент времени $t_{\text{дост}}$ достижения требуемого уровня научения превышает текущий $\Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right) = q_t r$ или вероятность, что уровень уже достигнут $\Pr\left(t_{\text{дост}} \le t\right) = 1 - q_t r$. Очевидно, $r_I = 0$, тогда из утверждения 1 следует, что вероятности $\Pr\left(L_t < L_{\text{треб}}\right) = \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)$ мажорируются функцией $t^{K-1}\nu^t$ при $t \to \infty$. Получаем:

$$\Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right) = \sum_{i=0}^{I} r_i q_t < \sum_{i=0}^{I} r_i \alpha t^{K-1}\nu^t = \left(\alpha \sum_{i=0}^{I} r_i\right) t^{K-1}\nu^t .$$

Используем выражение $q_t = e_0\,\Pi^t$, тогда $\Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right) = q_t r = e_0 \Pi^t r$. Так как $\Pr\left(t_{\text{дост}} > t-1\right) = \Pr\left(t_{\text{дост}} = t\right) + \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)$, то $\Pr\left(t_{\text{дост}} = t\right) = \Pr\left(t_{\text{дост}} > t-1\right) - \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)$.

Для среднего времени справедливо выражение:

$$\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} t \Pr\left(t_{\text{дост}} = t\right) = \sum_{t=0}^{\infty} t \left(\Pr\left(t_{\text{дост}} > t-1\right) - \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)\right).$$

Так как $\Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)$ мажорируются $t^{K-1}\nu^t$ при $t \to \infty$, то ряд $t \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)$ сходится, а его сумма $\sum_{t=0}^{\infty} t \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)$ конечна, тогда

$$\begin{aligned}\bar{t}_{\text{дост}} &= \sum_{t=0}^{\infty} t\left(\Pr\left(t_{\text{дост}} > t-1\right) - \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)\right) = \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (t+1) \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right) - \sum_{t=0}^{\infty} t \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)\end{aligned}.$$

Итак, получаем:

$$(7)\quad \bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r = e_0 \left(\sum_{t=0}^{\infty} \Pi^t\right) r = e_0 \left(E - \Pi\right)^{-1} r\,,$$

где E - единичная матрица той же размерности, что и матрица П. Существование обратной матрицы $\left(E - \Pi\right)^{-1}$ следует из того, что матрица (E – П) (верхне)треугольная, все её диагональные элементы могут быть найдены из выражения для π_{ij} выше, и их произведение больше нуля.

Вышеприведённые соображения обосновывают справедливость следующего утверждения.

Утверждение 3. Для любой марковской цепи среднее время первого достижения состояния из заданного множества равно $\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(t_{\text{дост}} > t\right)$. Если данный ряд сходится, то $\bar{t}_{\text{дост}} = e_0 \left(E - \Pi\right)^{-1} r$.

Выражение (7) позволяет аналитически получать значения $\bar{t}_{\text{дост}}$ в общем случае в зависимости от распределения вероятностей возможных состояний внешней среды $P = \left\{p_k;\, k = 1, 2, \ldots, K\right\}$ (p_k входят в выражение (7) через матрицу П) и от требуемого уровня научения ($L_{\text{треб}}$ учитывается через вектор *m)*. Однако выражение (7) не является наглядным – ни вероятности p_k, ни уровень $L_{\text{треб}}$ в явном виде в него не входят. Кроме того, значительная размерность матрицы П ($2^K \times 2^K$) затрудняет его практическое использование.

В ряде случаев можно получить более простые и наглядные выражения, рассмотрим один из них - равномерное распределение

$P = \left\{ p_k = 1 / K = \delta;\ k = \overline{1, K} \right\}$ возможных состояний внешней среды. В этом случае вместо марковской цепи y_t, принимающей значения $i = 0,1,...,I$, рассмотрим цепь $\tilde{y}_t$, значения которой отвечают количеству состояний внешней среды, для которых технология уже проверена, то есть $\tilde{y}_t$ принимает значения от 0 до *K*. Тогда $L_t = \delta \tilde{y}_t$, а переходные вероятности примут вид:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{при } j < i \text{ или } j > i+1 \\ 1-\delta i & \text{при } j = i+1 \\ \delta i & \text{при } j = i \end{cases} \qquad \text{для } i = 0,\ 1,\ ...,\ K.$$

Тогда матрица (*E* - П) является (верхне)треугольной, ленточной, с элементами:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{при } j < i \text{ или } j > i+1 \\ 1-\delta i & \text{при } j = i \\ \delta i - 1 & \text{при } j = i+1 \end{cases} \qquad \text{для } i = 0,\ 1,\ ...,\ K.$$

Обратная матрица $(E - \Pi)^{-1}$ - также (верхне)треугольная с элементами:

$$\varepsilon_{ij}^{-} = \begin{cases} 0 & \text{при } j < i \\ \left(1-\delta i\right)^{-1} & \text{при } i \le j < K \\ 1 & \text{при } j = K \end{cases} \qquad \text{для } i = 0,\ 1,\ ...,\ K.$$

Операция $(1,\ 0,\ 0,\ ...,\ 0)\left(E - \Pi\right)^{-1} r$ «вырезает» из матрицы $\left(E - \Pi\right)^{-1}$ первую строку и суммирует те элементы этой строки, для которых $\sum_{k=1}^{K} x_k p_k < L_{\text{треб}}$. В рассматриваемом случае равномерного распределения суммируются первые $L_{\text{треб}} / \delta = K\, L_{\text{треб}}$ элементов, тогда среднее время достижения требуемого уровня $L_{\text{треб}}$ равно:

$$\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} \left(1-\delta i\right)^{-1} = \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} \frac{K}{K-i}.$$

Получим компактную аппроксимацию $\bar{t}_{\text{дост}}$ при $K \gg 1$:

$$\bar{t}_{\text{дост}} = \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} \frac{K}{K-i} = K \sum_{i=0}^{KL_{\text{треб}}} \frac{1}{1-K^{-1}i} K^{-1} \approx K \int_{0}^{KL_{\text{треб}}} \frac{1}{1-K^{-1}x} K^{-1} dx =$$

$$= -K \ln\left(1-K^{-1}x\right)\Big|_{0}^{KL_{\text{треб}}} = -K \ln\left(1-L_{\text{треб}}\right),$$

т.е.

(8) $\bar{t}_{\text{дост}} \approx -K \ln\left(1-L_{\text{треб}}\right)$

Отметим, что выражение (8) совпадает с приближённым решением $\hat{t}$ уравнения (см. выражение (2)) $E\left[L_t\right] = 1-\left(1-\delta\right)^{\hat{t}} = L_{\text{треб}}$, для которого $\hat{t} = \dfrac{\ln\left(1-L_{\text{треб}}\right)}{\ln\left(1-\delta\right)} \approx -\dfrac{\ln\left(1-L_{\text{треб}}\right)}{\delta} = -K\ln\left(1-L_{\text{треб}}\right)$

Получим выражение для среднего времени достижения «абсолютного» уровня научения: $L_t = 1$.

Пусть в некоторый момент времени уже известны, проверены какие-то состояния внешней среды, и остались не проверенными несколько, а именно $I \le K$, состояний $\{p_i;\ i = \overline{1,I}\}$, очевидно, что $\sum_{i=1}^{I} p_i \le 1$.

Обозначим через $T(\{p_i;\ i = \overline{1,I}\})$ среднее время, в течение которого будут проверены все оставшиеся I состояний, то есть достигнут уровень $L_t = 1$. Используя метод математической индукции, получим выражение:

(9) $T\left(\left\{p_i; i = \overline{1,I}\right\}\right) = \sum_{i=1}^{I} p_i^{-1} - \sum_{i;k}\left(p_i + p_k\right)^{-1} + \sum_{i;k;l}\left(p_i + p_k + p_l\right)^{-1} - \dots$.

Запишем (9) в иной, эквивалентной, форме:

(10) $T\left(\left\{p_i; i = \overline{1,I}\right\}\right) = \sum_{k=1}^{I}\left(-1\right)^{k+1} \sum_{i_1;i_2;\dots;i_k}\left(\sum_{j=1}^{k} p_{i_j}\right)^{-1}$.

То есть покажем, что среднее время равно сумме знакопеременных сумм всех k-ок из $\{p_i;\ i = \overline{1,I}\}$, $n = \overline{1,I}$.

Обозначим сумму всех k-ок из $\{p_i;\ i = \overline{1,I}\}$, $k = \overline{1,I}$ в выражении (10) для $T(\{p_i;\ i = \overline{1,I}\})$ как $\Theta(k;\ I)$:

$$(11)\ \Theta(k;I)=\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\left(\sum_{j=1}^{k}p_{i_j}\right)^{-1}=\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\frac{1}{p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}}.$$

С учётом (11) выражение (10) примет вид:

$$(12)\ T\left(\left\{p_i;\,i=\overline{1,I}\right\}\right)=\sum_{k=1}^{I}(-1)^{k+1}\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\left(\sum_{j=1}^{k}p_{i_j}\right)^{-1}=\sum_{j=1}^{I}(-1)^{j+1}\Theta(j;I).$$

Пусть осталось непроверенным одно состояние внешней среды, тогда $T(\{p_i;\ i = 1\}) = 1 / p_1$.

Пусть выражения (9), (10), (12) справедливы для I - 1 состояний, то есть $T\left(\left\{p_i;\,i=\overline{1,I-1}\right\}\right)=\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I-1)$.

Покажем, что (9), (10), (12) справедливы для I состояний. Событие, заключающееся в последовательной реализации $i = \overline{1,I}$ состояний, эквивалентно объединению I событий, каждое из которых заключается в реализации одного из I состояний и после этого в последовательной реализации оставшихся I - 1 состояний. Тогда

$$(13)\ T\left(\left\{p_i;\,i=\overline{1,I}\right\}\right)=\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}+\sum_{j=1}^{I}p_j\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}T\left(\left\{p_i;\,i=\overline{1,I};\,i\neq j\right\}\right),$$

где первое слагаемое – среднее время до первого из реализовавшихся состояний i=1,2,…I. Каждое из j-х слагаемых под знаком суммы – вероятность того, что первым проверено j-е состояние и после этого $T(\{p_i;\ i = \overline{1,I}\ ;\ i\neq j\})$ - среднее время проверки I - 1 оставшихся состояний.

Подставим (12) в правую часть (13):

$$(14)\ T\left(\left\{p_i;\,i=\overline{1,I}\right\}\right)=\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}+\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}\sum_{j=1}^{I}\left(p_j\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I-1)\right).$$

Преобразуем вторую сумму, подставив в неё (11).

$$\sum_{j=1}^{I}\left(p_j\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I-1)\right)=\sum_{j=1}^{I}\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\frac{p_j}{p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}}.$$

Так как каждая из вероятностей p_j в числителях не входит в сумму $p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}$ в знаменателях дробей, порядок суммирования можно поменять местами и получить:

$$\sum_{j=1}^{I}\left(p_j\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I-1)\right)=\sum_{j=1}^{I}\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\frac{p_j}{p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}}=$$

$$=\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\left(p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}\right)^{-1}\sum_{j=1;\; j\neq i_1;\, i_2;\ldots;\, i_k}^{I}p_j.$$

Суммирование по j осуществляется по всем j от 1 до I, но не совпадающим ни с одним из i_1, i_2, …, i_k, поэтому

$$\sum_{j=1;\; j\neq i_1;\, i_2;\ldots;\, i_k}^{I}p_j=\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)-\left(p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}\right).$$

Подставим это соотношение в выражение для второй суммы

$$\sum_{j=1}^{I}\left(p_j\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I-1)\right)=\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\frac{\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)-\left(p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}\right)}{p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}}=$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}\left(p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_k}\right)^{-1}-\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\sum_{i_1;i_2;\ldots;i_k}1=$$

$$=\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I)+\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k}C_I^k.$$

где C_I^k – число сочетаний из I по k.

Подставим это выражение в (14)

$$T\left(\left\{p_i;i=\overline{1,I}\right\}\right)=\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}+\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}\left(\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I)+\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k+1}\Theta(k;I)+\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}\left(1+\sum_{k=1}^{I-1}(-1)^{k}C_I^k\right).$$

Соответственно определению $\Theta(I;I)=\left(\sum_{i=1}^{I}p_i\right)^{-1}$, а также

$1+\sum_{n=1}^{I-1}(-1)^{n}C_I^n+(-1)^{I}=(1-1)^{I}=0$, поэтому $1+\sum_{n=1}^{I-1}(-1)^{n}C_I^n=(-1)^{I+1}$.

Получим окончательно требуемое выражение в форме (12):

$$T\left(\left\{p_i;i=\overline{1,I}\right\}\right)=\sum_{k=1}^{I}(-1)^{k+1}\Theta(k;I).$$

Итак, в данном и предыдущих разделах рассмотрены свойства процесса разработки/освоения компонента технологии, уровня научения, а также времени научения. Перейдем к анализу моделей комплексирования компонентов технологии.

2.5. Модели комплексирования компонентов технологии

Проанализируем свойства процессов *комплексирования* частных *компонентов технологии*, описываемых каждый в рамках базовой модели:

А) последовательного,

Б) параллельного конъюнктивного,

В) параллельного дизъюнктивного,

Г) параллельного с полным обменом информацией,

Д) «научения научению».

Для этого рассмотрим процесс управления несколькими компонентами технологии с соответствующим объединением результатов. Состояния частных процессов образуют марковские цепи (и обладают свойствами, рассмотренными выше). Тогда поведение комплексного процесса также является марковской цепью на множестве состояний, равном произведению множеств состояний частных процессов.

Аналогично тому, как это было сделано выше, введём $\tilde{K}$-мерный процесс (где $\tilde{K}=\sum_{m=1}^{M}K^m$) $\tilde{x}_t=\left(x_{1t},x_{2t},...,x_{kt},...,x_{\tilde{K}t}\right)$, каждый элемент которого x_{kt} принимает значения 0 или 1 и отражает факт выполнения проверки соответствующего состояния внешней среды, а также процесс $\tilde{y}_t$, отражающий номер состояния процесса $\tilde{x}_t$. Оба процесса $\tilde{x}_t$ и $\tilde{y}_t$ являются марковскими цепями, матрица переходных вероятностей $\tilde{y}_t$ является (верхне)треугольной, и для $\tilde{y}_t$ справедливы утверждение 1 (об асимптотическом поведении распределения вероятностей состояний) и 3 (о среднем времени достижения заданного уровня научения).

А. Если целью комплексного процесса является создание всех частных компонентов технологии (конъюнкция всех M частных компонентов), то уровень $L_t^{1...M}$ научения, разработанности комплексной технологии, равен вероятности того, что при очередном испытании ни в одном из частных процессов не будет получено ещё не проверенное состояние внешней среды, то есть равен произведению уровней разработанности частных технологий. А эта вероятность, в свою очередь, равна произведению вероятностей L_t^m всех частных компонентов технологии, то есть: $L_t^{1\ldots M} = \prod_{m=1}^{M} L_t^m$ и

(15) $$E\left[L_t^{1\ldots M}\right] = \prod_{m=1}^{M} E\left[L_t^m\right] = \prod_{m=1}^{M}\left[1 - \sum_{k=1}^{K} p_k^m \left(1 - p_k^m\right)^t\right].$$

Формулу (7) для среднего времени достижения требуемого уровня научения одного компонента несложно расширить на случай *M* элементов:

(16) $$\bar{t}_{A\text{ дост}} = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(t_{A\text{ дост}} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(\max_m \left\{t_{m\text{ дост}}\right\} > t\right) =$$
$$= \sum_{t=0}^{\infty}\left(1 - \prod_{m=1}^{M}\left(1 - e_0 \Pi_m{}^t r_m\right)\right).$$

Если характеристики процессов разработки компонентов технологии одинаковы, то

$$\bar{t}_{A\text{ дост}} = \sum_{t=0}^{\infty}\left(1 - \left(1 - e_0 \Pi^t r\right)^M\right) = \sum_{t=0}^{\infty}\left(\sum_{m=1}^{M} C_M^m \left(-1\right)^{m-1}\left(e_0 \Pi^t r\right)^m\right) =$$
$$= M\sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r + \sum_{t=0}^{\infty}\left(\sum_{m=2}^{M-1} C_M^m \left(-1\right)^{m-1}\left(e_0 \Pi^t r\right)^m\right) + \left(-1\right)^{M-1}\sum_{t=0}^{\infty}\left(e_0 \Pi^t r\right)^M.$$

Рассматривая последовательность величин $\bar{t}_{A\text{ дост}}$ для различных возрастающих *M*, легко получить выражение для первых разностей $\Delta\bar{t}_M = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r\left(1 - e_0 \Pi^t r\right)^{M-1}$ и вторых разностей $\Delta^2\bar{t}_M = -\sum_{t=0}^{\infty}\left(e_0 \Pi^t r\right)^2\left(1 - e_0 \Pi^t r\right)^{M-2}$. Откуда видно, что $\bar{t}_{A\text{ дост}}$ растёт с увеличением *M*, однако скорость роста по *M* убывает. Также первые разности ограничены сверху и снизу:

$$\bar{t}_{\text{дост}} - \sum_{t=0}^{\infty}\left(e_0 \Pi^t r\right)^2 = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r\left(1 - e_0 \Pi^t r\right) \le \Delta\bar{t}_M < \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^t r = \bar{t}_{\text{дост}}.$$

Б. Если все частные процессы реализуются независимо и параллельно, а целью комплексного процесса является создание не менее чем одного из частных компонентов (дизъюнкция M частных компонентов), тогда доля «неразработанности» комплексной технологии равна доле непроверенных состояний «комплексной» внешней среды, соответственно $1-L_t^{1-M} = \prod_{m=1}^{M}\left(1-L_t^m\right)$ и

(17) $E\left[L_t^{1-M}\right]=1-\prod_{m=1}^{M}\left[\sum_{k=1}^{K}p_k^m\left(1-p_k^m\right)^t\right]$.

Среднее время достижения требуемого уровня научения M элементов в этом случае получится:

(18) $\bar{t}_{Б\ \text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty}\Pr\left(t_{Б\ \text{дост}} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty}\Pr\left(\min_m\left\{t_{m\ дост}\right\} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty}\left(\prod_{m=1}^{M}e_0\Pi_m{}^t r_m\right)$.

Если характеристики частных процессов одинаковы, то

$$\bar{t}_{Б\ \text{дост}} = \sum_{t=0}^{\infty}\left(\prod_{m=1}^{M}e_0\Pi_m{}^t r_m\right) = \sum_{t=0}^{\infty}\left(e_0\Pi^t r\right)^M .$$

Для случаев А и Б параллельной реализации нескольких одинаковых частных процессов получим следующие соотношения:

$$\bar{t}_{A\ \text{дост}} = M\bar{t}_{\text{дост}} + \sum_{t=0}^{\infty}\left(\sum_{m=2}^{M-1}C_M^m\left(-1\right)^{m-1}\left(e_0\Pi^t r\right)^m\right) + \left(-1\right)^{M-1}\bar{t}_{Б\ \text{дост}},$$

где $\bar{t}_{\text{дост}}$ - среднее время завершения частного процесса, $\bar{t}_{A\ \text{дост}}$ - среднее время завершения разработки всех M частных процессов, $\bar{t}_{Б\ \text{дост}}$ - среднее время завершения хотя бы одного из M частных процессов. Также получим оценки:

$$M\bar{t}_{\text{дост}} - \left(M-1\right)\bar{t}_{Б\ \text{дост}} \le \bar{t}_{A\ \text{дост}} < M\bar{t}_{\text{дост}} .$$

Отметим, что для случаев А и Б параллельной реализации двух одинаковых частных процессов $\bar{t}_{A\ \text{дост}} = 2\bar{t}_{\text{дост}} - \bar{t}_{Б\ \text{дост}}$, то есть, средние времена соотносятся как $\bar{t}_{\text{дост}} = \left(\bar{t}_{A\ \text{дост}} + \bar{t}_{Б\ \text{дост}}\right)/\,2$.

В. Пусть последовательно выполняются два компонента технологии, причём второй начинается непосредственно после завершения первого. Данный случай описывается двумя независимыми марковскими цепями, вторая цепь стартует из известного состояния в тот момент, когда состояние первой достигло заданной области. Распределение вероятностей времени завершения создания такой комплексной технологии (состоящей из двух элементов, когда создание второго может быть начато только после завершения создания первого) - времени достижения заданной области второй цепью - равно свёртке распределений времени обеих цепей. Используя эту закономерность, можно вычислить «интегральную» кривую научения и получить среднее время разработки как сумму средних времён разработки частных технологий.

Г. Пусть создание одного компонента технологии выполняется параллельно и независимо в рамках нескольких (M) процессов с полным обменом информацией. Тогда за один период времени производится M независимых проверок, поэтому в этом случае

$$(19)\quad E\left[L_t^{1||M}\right] = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k \left(1 - p_k\right)^{Mt} .$$

В этом случае среднее время достижения требуемого уровня научения M элементов равно:

$$(20)\quad \bar{t}_{дост} = \sum_{t=0}^{\infty} \Pr\left(t_{дост} > t\right) = \sum_{t=0}^{\infty} e_0 \Pi^{mt} r = e_0 \left(E - \Pi^m\right)^{-1} r .$$

Нетрудно показать, что для всех случаев кривых научения – (15), (17) и (19) - справедливы все позиции Утверждения 2.

Д. «**Научение научению**». Рассмотрим процесс освоения технологии одновременно с самим ее созданием. То есть когда интенсивность процесса проверок состояний внешней среды меняется соответственно некоторой другой кривой научения.

Пусть процесс $L_t = \sum_{k=1}^{K} x_{kt} p_k$ характеризует разработку/освоение новой технологии, а процесс $\tilde{L}_t = \sum_{j=1}^{J} \tilde{x}_{jt} q_j$ описывает управление технологией создания этой новой технологии («*научение научению*»). Будем считать процессы L_t и $\tilde{L}_t$ статистически независимыми друг от друга.

То есть в каждый момент времени t проверка состояний внешней среды производится с вероятностью $\tilde{L}_t$, а с вероятностью $1 - \tilde{L}_t$ момент времени t оказывается «пропущен» для создания технологии: состояние не тестируется и процессы x_{kt} не изменяют состояния[11]:

$$E\left[x_{kt+1}\middle|x_{kt}\right]=\begin{cases} x_{kt} & \text{с вероятностью } 1-\sum_{j=1}^{J}\tilde{x}_{jt}q_j, \\ x_{kt}+\left(1-x_{kt}\right)p_k & \text{с вероятностью } \sum_{j=1}^{J}\tilde{x}_{jt}q_j, \end{cases}$$

где символическая запись $E\left[\cdot\middle|x_{kt}\right]$ означает условные математические ожидания при известных значениях x_{kt}.

Тогда $E\left[x_{kt+1}\middle|x_{kt}\right]=x_{kt}+\Gamma_t p_k\left(1-x_{kt}\right)$, где $\Gamma_t=E\left[\sum_{j=1}^{J}q_j\tilde{x}_{jt}\right]=1-\sum_{j=1}^{J}q_j\left(1-q_j\right)^t$.

Переходя от условных математических ожиданий к безусловным, получим разностное уравнение, позволяющее последовательно вычислять $E\left[x_{kt}\right]$ для всех $t\geq 0$

(21) $E\left[x_{kt+1}\right]=E\left[x_{kt}\right]+\Gamma_t\, p_k\left(1-E\left[x_{kt}\right]\right)$.

Обозначим через $\Psi_t=1-E\left[x_{kt}\right]$ (или $E\left[x_{kt}\right]=1-\Psi_t$), тогда с учётом введённых обозначений

$$E\left[x_{kt+1}\right]=1-\Psi_{t+1}=\Psi_t\Gamma_t p_k+1-\Psi_t,\quad \Psi_{t+1}=\Psi_t\left(1-\Gamma_t p_k\right).$$

Так как $\Psi_0=1$, то получаем $\Psi_t=\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-\Gamma_\tau p_k\right)$, и в результате:

$$E\left[x_{kt}\right]=1-\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-\Gamma_\tau p_k\right)=1-\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-p_k+p_k\sum_{j=1}^{J}q_j\left(1-q_j\right)^\tau\right)$$

Тогда итоговая кривая научения:

---

[11] Можно эту же модель интерпретировать как то, что проверки выполняются в каждый момент времени, а технологию для нового состояния вырабатывается с некоторой вероятностью, определяемой некоторым «метапроцессом». В логистической модели эта вероятность равна уровню научения в самом процессе, в гиперболической - вероятности «ошибки» в некоторой степени с к-том пропорциональности μ.

(22) $E\left[L_t\right]=\sum_{k=1}^{K} p_k E\left[x_{kt}\right]=\sum_{k=1}^{K} p_k\left(1-\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-\Gamma_\tau p_k\right)\right)=$

$$=1-\sum_{k=1}^{K} p_k \prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1-p_k+p_k \sum_{j=1}^{J} q_j\left(1-q_j\right)^\tau\right).$$

Изучим выражение (21). Вычислив первые разности: $\Delta E\left[x_{kt}\right]=\Gamma_t p_k \Psi_t$, заметим, что для любых значений p_k $\Delta E\left[x_{kt}\right]\big|_{t=0}=0$, так как $\Gamma_0=0$, а также $\Delta E\left[x_{kt}\right]>0$ для любых $t > 0$. То есть $E\left[x_{kt}\right]$ растёт при $t > 1$, что интуитивно очевидно.

Вычислим и исследуем вторые разности:

(23) $\Delta^2 E\left[x_{kt}\right]=\Delta E\left[x_{kt+1}\right]-\Delta E\left[x_{kt}\right]=\Gamma_{t+1} p_k\left(\Psi_t-\Psi_t \Gamma_t p_k\right)-\Gamma_t p_k \Psi_t=$

$$=\Gamma_{t+1} p_k\left(1-\Gamma_t p_k\right) \Psi_t-\Gamma_t p_k \Psi_t=p_k \Psi_t\left(\Gamma_{t+1}\left(1-\Gamma_t p_k\right)-\Gamma_t\right).$$

Прежде всего, справедливо $\Delta^2 E\left[x_{kt}\right]\big|_{t=0}=p_k \Gamma_1>0$. Однако, Γ_t монотонно растёт от 0, асимптотически приближаясь к 1 при $t \rightarrow \infty$. Тогда $\Delta^2 E\left[x_{kt}\right]\big|_{t \rightarrow \infty}=-p_k{}^2 \Psi_t<0$ и $\Delta^2 E\left[x_{kt}\right]\big|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0-$.

Так как кривая научения $E\left[L_t\right]=\sum_{k=1}^{K} p_k E\left[x_{kt}\right]$ является линейной комбинацией процессов $E\left[x_{kt}\right]$ со строго положительными коэффициентами, то для первых и вторых разностей кривой научения справедливы утверждения, сформулированные для $E\left[x_{kt}\right]$. А именно:

- $E\left[L_t\right]\big|_{t=0}=0$;
- $\Delta E\left[L_t\right]\big|_{t=0}=0$ и $\Delta E\left[L_t\right]>0$ для всех $t > 0$, то есть кривая научения растёт по t от нуля, асимптотически приближаясь к единице;
- $\Delta^2 E\left[L_t\right]\big|_{t=0}>0$, $\Delta^2 E\left[L_t\right]\big|_{t \rightarrow \infty}<0$ и $\Delta^2 E\left[L_t\right]\big|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0-$, то есть для t, меньших некоторого значения (*точки перегиба*), кривая научения строго выпукла, а при бóльших t – строго вогнута.

Рассмотрим пример «научения научению». Пусть имеются равномерные распределения вероятностей возможных состояний внешней среды $P=\left\{p_k=1 / K ; k=\overline{1, K}\right\}$, и $Q=\left\{q_j=1 / J ;\ j=\overline{1, J}\right\}$. Тогда, обозначив $\eta=J^{-1}$, получим:

$$G_t = E\left[\sum_{j=1}^{J} q_j \tilde{x}_{jt}\right] = 1 - \sum_{j=1}^{J} J^{-1}\left(1 - J^{-1}\right)^t = 1 - \left(1 - J^{-1}\right)^t = 1 - (1-\eta)^t .$$

Соответствующая кривая научения имеет вид:

$$(24)\quad E\left[L_t\right] = 1 - \prod_{\tau=0}^{t-1}\left(1 - \delta\left(1 - (1-\eta)^{\tau}\right)\right).$$

Используя выражение (17) для вторых разностей, можно получить оценку точки перегиба $\hat{t}$ кривой научения (18) для «сложных» технологий (для которых $K \gg 1$, $J \gg 1$ и $K < J$):

$$\hat{t} \approx \sqrt{KJ + 0{,}25K^2} - 0{,}5K .$$

Запишем (24) в виде $E\left[L_t\right] = 1 - \exp\left[\sum_{\tau=0}^{k-1} \ln\left(1 - \delta\exp(-\varphi\tau)\right)\right]$, где

$\varphi = \ln(1 + \dfrac{1}{J-1})$.

$$E\left[L_t\right] = E\left[L_{t-1}\right] + \delta\left(1 - (1-\eta)^{t-1}\right)\prod_{\tau=0}^{k-2}\left(1 - \delta\left(1 - (1-\eta)^{\tau}\right)\right) =$$

$$= E\left[L_{t-1}\right] + (1 - E\left[L_{t-1}\right])\delta\left(1 - (1-\eta)^{t-1}\right) = \beta_t + (1 - \beta_t)\, E\left[L_{t-1}\right],$$

где $\beta_t = \delta\left(1 - (1-\eta)^{t-1}\right) = \delta(1 - \exp(-\varphi(t-1))$. Т.е. кривая научения (24) является «обобщением» кривой научения (2), в котором коэффициенты $\{\beta_t\}$ соответствующего разностного уравнения зависят от номера периода времени.

Рассмотрим несколько частных случаев научения научению, а именно процессы, в которых вероятность успешной разработки технологии для каждого из впервые встретившихся состояний природы не равна тождественно единице и зависит не от состояния аналогичного «внешнего» процесса (см. выражение (22)), а от уже достигнутого уровня научения в самом процессе. Причем зависимость эта может быть как возрастающей (см. ниже модель логистической кривой научения), так и убывающей (см. ниже модель гиперболической кривой научения). Соответствующий класс процессов научения *назовем условно автонаучением*.

Логистическая кривая научения. Рассмотрим важный частный случай «научения научению»: в достаточно большом числе практических ситуаций интенсивность процесса проверок состояний внешней среды пропорциональна уровню научения $\Gamma_t = \mu\, E[L_t]$. Действительно, практически всегда при испытаниях новой, например, авиакосмической или транспортной техники, или вводе в эксплуатацию новых производственных комплексов, на первых этапах изделие или комплекс испытывается при ограниченном наборе режимов эксплуатации (стендовые и наземные испытания, работа на холостом ходу и т.д.). По мере накопления опыта диапазон режимов расширяется до полного множества всех возможных режимов и условий внешней среды при переходе к штатному использованию, что соответствует формальному предположению о пропорциональности «скорости научения» достигнутому уровню.

Такая ситуация соответствует частному случаю модели автонаучения - когда процесс разработки технологии $\tilde{L}_t$ «совпадает» с процессом её освоения L_t.

Перепишем разностное уравнение (21), в несколько изменённой форме и проанализируем его:

(25) $\Delta E\left[x_{kt+1}\right] = \Gamma_t\, p_k \left(1 - E\left[x_{kt}\right]\right)$.

Если все состояния внешней среды равновероятны ($p_k = \delta = 1 / K$), то из (25) следует разностное уравнение для уровня научения:

$$\delta\, \Delta E\left[x_{kt+1}\right] = \Gamma_t \delta^2 \left(1 - E\left[x_{kt}\right]\right) = \Gamma_t \delta^2 - \Gamma_t \delta \left(\delta E\left[x_{kt}\right]\right).$$

Суммируя данные выражения по k, получим

(26) $\Delta E\left[L_{t+1}\right] = \Gamma_t K\, \delta^2 - \Gamma_t\, \delta\, E\left[L_t\right] = \Gamma_t\, \delta \left(1 - E\left[L_t\right]\right)$.

В случае $\Gamma_t = \mu\, E[L_t]$ разностное уравнение для уровня научения примет форму (аналогичный результат для модели с непрерывным временем был получен в [109]):

(27) $\Delta E\left[L_{t+1}\right] = \mu\, \delta\, E\left[L_t\right]\left(1 - E\left[L_t\right]\right)$.

Уравнение (27) является разностным аналогом дифференциального уравнения $dx/dt = \beta\, x\, (1 - x)$, где $\beta = \mu\, \delta$, решением которого является классическая для теории научения (см. обзор в [58]) *логистическая кривая*, в дискретной форме логистическая кривая имеет вид:

(28) $E\left[L_t\right] = \dfrac{1}{1 + (\frac{1}{\lambda} - 1)\exp(-\beta\, t)}$,

Она монотонно возрастает от $\lambda > 0$ (при $t = 0$) до 1 (при $t \to +\infty$).

Так как решениями аналогичных разностных и дифференциальных уравнений, как правило, являются разные по виду функции, *логистическая кривая* в дискретной форме (28) не является решением (27) в общем случае. Поэтому исследуем функцию (28) и найдём условия, при которых, функция (28) корректно аппроксимирует решение уравнения (27).

Для упрощения локальных выкладок введём компактное обозначение функции (28) в виде $x_t = \dfrac{1}{1+ba^t}$.

Во-первых, покажем, что при неограниченном уменьшении дискрета времени (обозначим его Δt) разностное уравнение, описывающее (28) переходит в дифференциальное вида $dx/dt = \beta\, x\,(1 - x)$.

С учётом обозначений $x_{t+\Delta t} = \dfrac{1}{1+ba^{t+\Delta t}}$, преобразуем это выражение. При $\Delta t \to 0$ (на самом деле при $ln(a)\Delta t \ll 1$) корректными будут следующие преобразования:

$$x_{t+\Delta t} = \frac{1}{1+ba^{t+\Delta t}} \approx \frac{1}{1+ba^t\left(1+ln(a)\Delta t\right)} = \frac{1}{1+ba^t+ba^t\,ln(a)\Delta t} =$$

$$= \frac{1}{1+ba^t}\frac{1}{1+ba^t\left(1+ba^t\right)^{-1}ln(a)\Delta t} \approx$$

$$\approx \frac{1}{1+ba^t}\left(1-ba^t\left(1+ba^t\right)^{-1}ln(a)\Delta t\right) =$$

$$= \frac{1}{1+ba^t} - \frac{ba^t}{\left(1+ba^t\right)^2}ln(a)\Delta t = x_t + x_t\left(1-x_t\right)ln(a)\Delta t.$$

То есть $x_{t+\Delta t} = x_t + x_t\left(1-x_t\right)ln(a)\Delta t$ при условии $ln(a)\Delta t \ll 1$.

Откуда непосредственно следует $\dfrac{x_{t+\Delta t}-x_t}{\Delta t} = ln(a)\,x_t\left(1-x_t\right)$, что доказывает требуемое утверждение.

Очевидно, при $ln(a)<<1$ и $\Delta t = 1$ все преобразования остаются корректными, поэтому разностное уравнение, описывающее логистическую кривую в дискретной форме (28), аппроксимируется выражением вида (27).

В силу введённых промежуточных обозначений $ln(a) = \beta = \mu\, \delta = \mu / K$, тогда условию $ln(a) << 1$ соответствует $\mu / K << 1$. Таким образом, при «большой» размерности K множества состояний внешней среды логистическая кривая (28) аппроксимируется разностным уравнением (27).

Логистическая кривая научения (28) является хрестоматийной для теории научения [58]. В то же время, для рассматриваемой модели научения научению она является частным случаем, соответствующим равномерному распределению состояний природы и пропорциональности интенсивности процесса проверок состояний внешней среды достигнутому уровню научения при «большой» размерности множества состояний внешней среды.

В случае, когда кривая научения является логистической – см. (28), средняя длина серии имеет вид $N_t = \lambda\left(1-\lambda\right)^{-1} \exp(\beta\, t)$ и порождается весьма компактным разностным уравнением $N_{t+1} = \exp(\beta)\, T_t$.

Гиперболическая кривая научения. В другом частном случае автонаучения интенсивность процесса проверок состояний внешней среды может уменьшаться по мере роста уровня научения: $\Gamma_t = \mu\, (1 - E[L_t])^a$, где $a > 0$. На практике это может иметь место, например, при ограниченных когнитивных (в т.ч. ограниченность кратковременной памяти) и/или «вычислительных» возможностях обучающегося субъекта.

Аналогично рассмотренному выше случаю логистической кривой научения для равновероятных состояний внешней среды получим разностное уравнение для уровня научения. Выражение (26) справедливо и в данном случае; подставив в него $\Gamma_t = \mu\, (1 - E[L_t])^a$, получим:

(29) $$\Delta E\left[L_{t+1}\right] = \Gamma_t\, \delta\left(1 - E\left[L_t\right]\right) = \mu\, \delta\left(1 - E\left[L_t\right]\right)^{1+a}.$$

Уравнение (29) является разностным аналогом дифференциального уравнения $dx/dt = \beta\, (1 - x)^{1+a}$, где $\beta = \mu\, \delta$, решением которого является классическая для теории научения (см. обзор в [58] и пионерские работы [132, 133]) *гиперболическая кривая научения* как функция непрерывного времени.

Гиперболическая кривая в дискретной форме имеет вид

(30) $E\left[L_t\right]=1-\frac{1}{\left(1+a\beta\, t\right)^{1/a}}$.

Она монотонно возрастает от нуля (при t = 0) до 1 (при $t \to +\infty$).

Как и в примере с логистической кривой, введя компактные обозначения $x_t=1-\frac{1}{\left(1+a\beta\, t\right)^{1/a}}$, легко выполнить аналогичные выкладки при β<<1 и $a\beta$<<1 и в результате получить $x_{t+1}=x_t+\beta\left(1-x_t\right)^{a+1}$.

Условие β<<1 равносильно $\mu\,\delta = \mu / K$<<1, поэтому гиперболическая кривая является решением разностного уравнения (29) при «большой» размерности K множества состояний внешней среды.

Средняя длина серии в этом случае равна $N_t=\left(1+a\beta\, t\right)^{1/a}-1$.

Разностное уравнение для средней длины серии:

$$N_{t+1}=\left[\left(N_t+1\right)^a+a\beta\right]^{1/a}-1.$$

В частности, при a = 1 уравнение имеет вид $N_{t+1} = N_t + \beta$.

Таким образом, гиперболическая кривая научения (30) (её разностный аналог: $E[L_t] = E[L_{t\text{-}1}] + \beta\,(1 - E[L_{t\text{-}1}]^{1+a})$ для рассматриваемой модели является частным случаем «научения научению», соответствующим равномерному распределению состояний природы и убыванию интенсивности процесса проверок состояний внешней среды с ростом достигнутого уровня научения.

Автонаучение. Рассмотрим модель автонаучения в непрерывном времени - дифференциальное уравнение для уровня научения $z(t)\in[0;1], t\geq 0$:

(31) $\dot{z}(t)=\gamma(1-z)\,\tilde{p}(z)$

с начальным условием $z(0) = \lambda \in [0; 1)$, где $\gamma > 0$, $\tilde{p}\,(\cdot)$: $[0; 1] \to (0; A]$ – непрерывная функция, где $0 < A < +\infty$ (если $\tilde{p}$ интерпретируется как вероятность, то A = 1).

Из введенных предположений следует, что:

а) решение уравнения (31) существует и единственно;

б) зависимость $z(t)$ является строго монотонно возрастающей, $\forall t\geq 0\ \ \dot{z}(t)\leq\gamma$;

в) если $z(0) = 0$, то $\forall t\geq 0\ \ z(t)\leq 1-\exp(-\gamma A\, t)$;

г) зависимость $z(t)$ является замедленно-асимптотической, т.е.

$$\lim_{t\to+\infty} z(t) = 1, \quad \lim_{t\to+\infty} \dot{z}(t) = 0 .$$

Варьируя $\tilde{p}\,(z)$, можно получать различные кривые автонаучения. Частными случаями являются многие рассмотренные выше классы кривых научения, а именно:

1) *Экспоненциальная кривая* («вырожденный случай» - автонаучение отсутствует: $\tilde{p}\,(z) \equiv 1$, имеет место обычное научение):

$$\lambda = 0;\ \dot{z}(t) = \gamma(1 - z)\ ;\ z(t) = 1 - \exp(-\gamma\, t)\ .$$

2) *Логистическая кривая*:

$$\tilde{p}\,(z) = z,\ \lambda > 0;\ \dot{z}(t) = \gamma z(1 - z)\ ;\ z(t) = \frac{1}{1 + (\frac{1}{\lambda} - 1)\exp(-\gamma\, t)}\ .$$

3) *Гиперболическая кривая*:

$$\tilde{p}\,(z) \equiv (1 - z)^a,\ a > 0,\ \lambda = 0;\ \dot{z}(t) = \gamma(1 - z)^{1+a}\ ;\ z(t) = 1 - \frac{1}{\left(1 + a\,\gamma\, t\right)^{1/a}}\ .$$

На Рис. 10 приведены графики трех кривых научения с параметрами: $\gamma = 0{,}1$, $a = 1$.

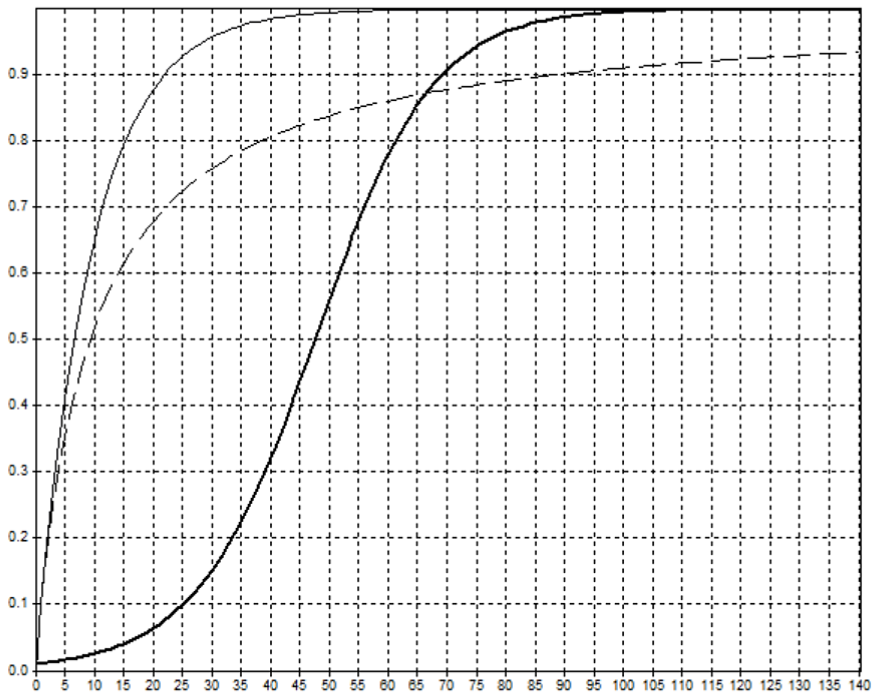

Рис. 10. Пример трех кривых научения (экспоненциальная – непрерывная кривая, логистическая – жирная, гиперболическая – пунктирная)

Сложные кривые научения. В рамках модели автонаучения (31) можно строить и т.н. «сложные кривые научения» [55, 58], например, кривые с плато. На Рис. 11 приведен график кривой научения, описываемой уравнением $\dot{z}(t) = \gamma(1 - z)\,\tilde{p}(z)$, где $\tilde{p}(z) = 1 + \frac{1}{2}\mathrm{Sin}(6\,t)$, с параметром $\gamma = 0{,}1$. Второе слагаемое в правой части может условно отражать изменение продуктивности в течение рабочего дня (например, эффекты врабатывания, усталости и т.п.).

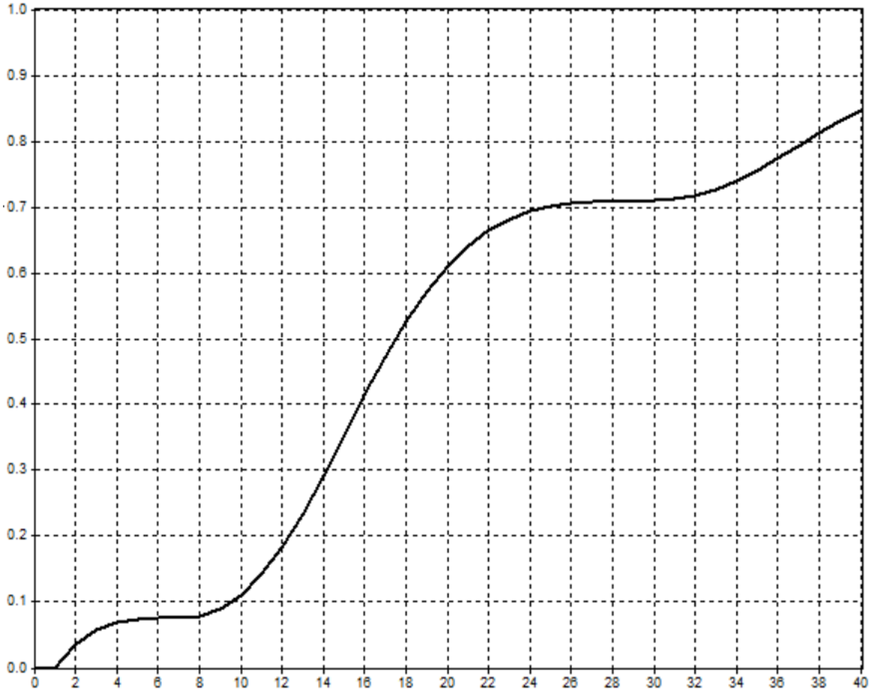

Рис. 11. Пример кривой научения с плато

Эффекты забывания. Общая модель автонаучения (31) позволяет отражать и эффекты забывания (для этого, правда, необходимо допустить возможность отрицательности значений функции $\tilde{p}\,(\cdot)$). Пусть научение происходило до момента времени T_0, а затем достигнутый уровень научения стал спадать, например, в соответствии со следующей зависимостью:

$$\tilde{p}(z) = \begin{cases} 1, t \le T_0, \\ -\dfrac{1}{2} z^2, t > T_0. \end{cases}$$

На Рис. 12 приведен график соответствующей кривой научения с параметрами $\gamma = 0{,}1$, $T_0 = 40$.

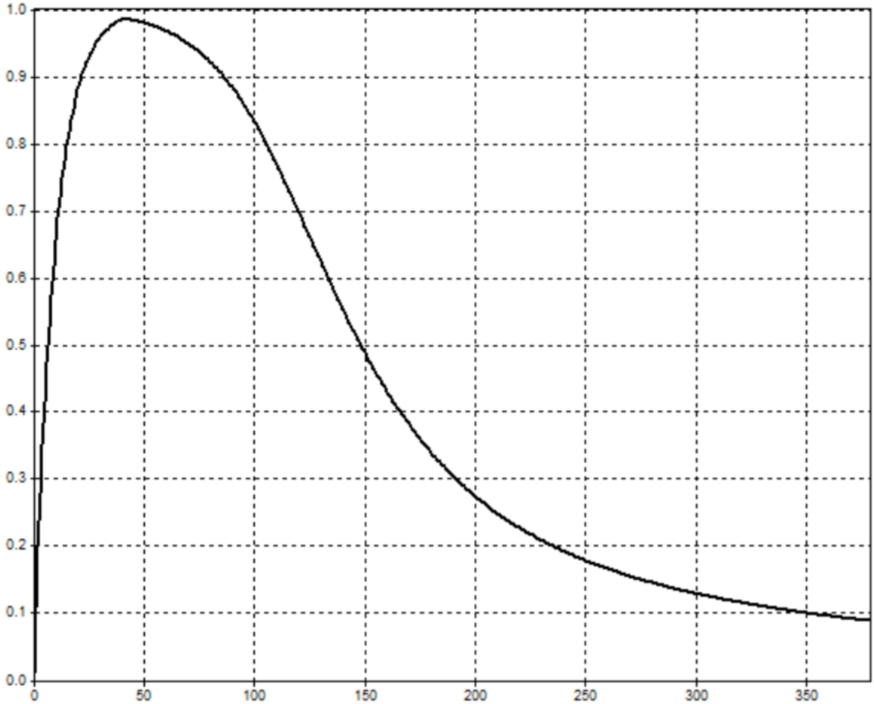

Рис. 12. Пример кривой научения с забыванием

Некоторые обобщения. Модель автонаучения (31) допускает ряд расширений – переход к моделям научения в процессе работы и к моделям группового научения.

Рассмотрим модель *научения в процессе работы* (Learning-by-Doing), в рамках которой обучаемый субъект (агент) может выбирать интенсивность $w(t) \geq 0$ своей деятельности (объем работы, выполняемый в единицу времени, число состояний природы, анализируемых в единицу времени, и т.д.). Объем выполненных работ $W(t) = \int_0^t w(\tau) d\tau$ можно условно считать тем «опытом», который накопил агент, его «эффективным внутренним временем» [60].

Подставляя в (31) вместо $\tilde{p}(z)$ интенсивность $w(t)$, получим дифференциальное уравнение

(32) $\dot{z}(t) = \gamma(1 - z) w(t)$,

решением которого является «экспоненциальная» кривая научения
(33) $z_w(t) = 1 - \exp(-W(t))$.

Если считать, следуя [60], что (33) – вероятность достижения результата в момент времени t (доля успешных действий агента), то кумулятивный ожидаемый результат будет определяться следующим выражением

(34) $W_+(t) = \int_0^t z_w(\omega) w(\omega) d\omega = \int_0^t 1 - \exp(-\int_0^\omega w(\tau) d\tau) w(\omega) d\omega$.

Если задан интервал времени $T \geq 0$ и максимальный объем работ W_0, которые может выполнить агент, то из (32)-(34) получаем, что задача максимизации ожидаемого результата примет вид задачи динамического программирования

$$W_+(T) \to \max_{w(\cdot),\, W(T) \leq W_0}.$$

Аналогичные задачи (в т.ч. с учетом затрат агента и т.п.), трактуемые как задачи об оптимальной стратегии научения агента, рассматриваются в [13, 59, 60] и в третьей главе настоящей работы.

В заключение настоящего раздела опишем в терминах автонаучения процесс *группового научения* [59, 60].

До сих пор при рассмотрении научения агента считалось, что агент учится только «на собственном опыте». Тем не менее, в коллективах имеет место обмен опытом, и агенты, наблюдая за деятельностью других (их успехами и трудностями), могут также приобретать опыт (см. модели в [59, 60]). Для того чтобы отразить этот эффект, можно считать, что «опыт» $\tilde{p}$, накопленный агентом, зависит от уровней научения других агентов.

Пусть имеется n агентов. Обозначая через i номер агента, через z_i – уровень его научения, через $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ – вектор уровней научения, запишем для каждого из агентов аналог уравнения (31):

(35) $\dot{z}_i(t) = \gamma_i (1 - z_i) \tilde{p}_i(\mathbf{z}),\ i = \overline{1, n}$.

Влияние агентов друг на друга в модели (35) может быть различным:

- если $\dfrac{\partial \tilde{p}_i(\mathbf{z})}{\partial z_j} > 0$, то i-ый агент перенимает опыт j-го агента;
- если $\dfrac{\partial \tilde{p}_i(\mathbf{z})}{\partial z_j} < 0$, то опыт j-го агента «мешает» i-му агенту;

- если $\frac{\partial \tilde{p}_i(\mathbf{z})}{\partial z_j} \equiv 0$, то приобретение опыта j-ым агентом не влияет на i-го агента.

Для модели (35) задача о оптимальном совместном научении группы агентов может ставиться и решаться по аналогии с тем, как это делается в [59, 60].

Таким образом, во второй главе настоящей работы рассмотрены модели формирования и освоения технологии комплексной деятельности. В том числе:

- получена *базовая кривая научения* в ходе разработки технологии – см. выражение (1), и исследованы ее свойства (см. утверждения 1 и 2);

- для ряда практически важных частных случаев получены аппроксимации кривой научения (см. выражения (3) и (6));

- получена оценка (7) *среднего времени* достижения требуемого уровня научения и исследованы его свойства (утверждение 3);

- предложены и исследованы:
  - *модели комплексирования* частных компонентов технологии (см. выражения (15), (17), (19), (21), (25), (26) и (16), (18), (20), описывающие кривые научения и оценки средних времен соответственно);
  - *модели научения научению* и *автонаучения*.

Следует отметить, что классические для теории научения (см. обзор в [58]) экспоненциальная кривая (2), а также логистическая (27) и гиперболическая (30) кривые являются частными (для рассматриваемых моделей) случаями вышеописанной модели автонаучения.

Дальнейших исследований и осмысления, вероятно, заслуживает тот факт, что введённый в работе показатель «*средняя длина серии*» в случаях канонических для теории научения кривых описывается линейными разностными уравнениями:

- для экспоненты $N_{t+1} = \exp(\gamma)\, N_t + (\exp(\gamma) - 1)$;
- для логисты $N_{t+1} = \exp(\beta)\, N_t$;
- для гиперболы первой степени $N_{t+1} = N_t + \beta$.

Перспективными представляются постановка и решение *задач управления* формированием и развитием технологий на базе рассмотренных в настоящей главе моделей последних. Некоторые из таких задач управления рассматриваются в [13] и в третьей главе.

3. МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЕЙ

В настоящей главе рассмотрен комплекс задач управления разработкой и освоением новых технологий комплексной деятельности, включающий задачи: оптимального научения (выбора типовых решений); распределения ресурса в технологических сетях; выбора оптимальной стратегии переключения с разработки технологии на ее продуктивное использование.

В [12] и во второй главе описана базовая модель разработки и освоения новой технологии *комплексной деятельности* (КД) [110] (см. также обсуждение роли технологий КД в [8, 110]).

Выше было предложено описывать выполнение различных видов КД процессом с дискретным временем, когда в каждом периоде выполняется один элемент КД, при этом состояние *внешней среды* (иногда также называемое *состоянием природы*) принимает одно и только одно значение из конечного множества возможных состояний внешней среды. Если состояние внешней среды в каком-то периоде впервые принимает некоторое значение, то возникает событие неопределённости, требующее затрат на создание или адаптацию технологии применительно к этим условиям. Когда состояние внешней среды повторно принимает это значение на одном из более поздних периодов, затрат на создание технологии не требуется.

Предположим, что множество возможных состояний внешней среды состоит из K состояний, одно и только одно из которых реализуется в каждом периоде дискретного времени, независимо от принятых в предыдущие периоды значений. Обозначим через $p_k > 0$ вероятность того, что состояние внешней среды примет k-е значение (очевидно, $\sum_{k=1}^{K} p_k = 1$).

В рамках рассмотренной во второй главе модели процесс реализации различных фаз *жизненного цикла технологии* КД описывается тем, какие значения принимало (и сколько раз) состояние внешней среды, а какие ещё нет. Для этого введён показатель *уровень разработанности технологии* (УРТ, аналог *уровня научения*; последовательность значений уровня научения называется *кривой научения*). УРТ в момент времени t выше определен как доля состояний внешней среды, для которых технология проверена или адаптирована в течение t периодов, или как вероятность того, что в следующем периоде (t + 1) состояние внешней среды примет одно из значений, которые уже принимало ранее:

(1) $L_t = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^t$.

Если последовательность (1) является кривой научения, то последовательность

(2) $Q_t = 1 - L_t = \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^t$

может интерпретироваться как «*кривая ошибки*» (вероятность того, что в следующем периоде времени состояние внешней среды примет одно из «новых» значений, т.е. тех, которые еще ни разу не принимало ранее).

Отметим, что процесс освоения технологии целесообразно рассматривать именно как *процесс научения* субъекта деятельности (см. многочисленные классические (см. [4, 23, 96, 103, 128, 132, 133, 134] и обзор в [58]) и современные модели научения – см. обзоры в [34, 48, 72, 78, 84, 95, 106], , в которых кривые научения вида (1) являются типовыми).

В настоящей главе на базе модели (1), (2) ставятся и решаются *задачи управления*: задача об оптимальном научении – поиска разбиения множества возможных состояний природы на конечное число подмножеств, минимизирующего ожидаемую ошибку (раздел 3.1) и/или энтропию (раздел 3.2); задача об оптимальном распределении ресурса в рамках сетевых моделей технологий (раздел 3.3); задача об оптимальном моменте перехода от разработки технологии к ее использованию (раздел 3.4).

3.1. Оптимальное научение (типовые решения)

Рассмотрим субъекта (*агента*), который принимает в процессе своей деятельности те или иные *решения*. Пусть *эффективность* решений $x \in [0; 1]$ агента описывается функцией $f(x, \theta)$, зависящей от реализовавшегося значения *состояния природы* $\theta \in [0;1]$, причём для простоты предположим, что $\arg\max\limits_{x\in[0;1]} f(x, \theta) = \theta$. Примером такой функции является $f(x, \theta) = 1-(x-\theta)^2$.

Предположим, что агент различает K значений состояния природы, реализующихся с вероятностями $\{p_k\}$, $k = \overline{1,K}$. Разобьём единичный отрезок на K последовательных отрезков Δ_k с длинами $\{p_k\}$ и границами $[\sum\limits_{i=0}^{k-1} p_i\,;\ \sum\limits_{i=0}^{k} p_i\,]$, считая $p_0 = 0$.

Будем рассматривать *процесс научения* следующего вида: в каждый дискретный момент времени реализуется некоторое состояние природы; если некоторое состояние природы реализуется повторно, то агент принимает оптимальное при этом состоянии природы решение $x^*(\theta)$ $(x^*(\theta) = \arg\max\limits_{x\in[0;1]} f(x, \theta))$; если некоторое (например, j-е) состояние природы реализуется в первый раз, то агент принимает произвольное решение из соответствующего отрезка (Δ_j). Данный принцип принятия решений, с одной стороны, условно соответствует модели Р. Ауманна, который в [85] разделял принятие решений, оптимальных в текущей ситуации (act-rationality), и принятие решений в соответствии с заранее определёнными правилами (rule-rationality). С другой стороны, рассматриваемая модель отражает идеологию *типовых решений* (см. [25, 57] и четвертую главу настоящей работы), распространенную в т.ч. в ситуационном и адаптивном управлении [67, 68].

Предположим, что функция $f(\cdot, \theta)$ равномерно l-липшицева ($l > 0$, иначе эффективность не зависит от решений) по первой переменной при любых состояниях природы, тогда оценка максимальной ожидаемой ошибки (вычисляемой как разность между эффективностью принятого решения и эффективностью оптимального решения [25, 57]) принимаемых им решений в момент времени t будет иметь вид (см. также выражение (2)): $\sum\limits_{k=1}^{K} p_k (1-p_k)^t l\ p_k$.

Зафиксировав произвольное целое $K \geq 1$ и минимальный *порог* ρ: $0 < \rho \leq \dfrac{1}{K}$ различения состояний природы, сформулируем задачу поиска оптимального разбиения множества возможных состояний природы (единичного отрезка) на K подмножеств:

$$(3)\ Q(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^{K} (p_k)^2 (1-p_k)^t l \quad \to \min_{\{p_k \ge \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1}.$$

Отметим, что введение ненулевого порога ρ обусловлено необходимостью уйти от тривиального решения $p_1 = 1$, $p_j = 0$, $j = \overline{2,K}$.

В случае *равномерного распределения* ($p_k = 1 / K$) критерий задачи (3) примет вид

$$(4)\ Q_0(K, t) = \frac{l}{K}(1-\frac{1}{K})^t .$$

Задача (3) может интерпретироваться как задача поиска оптимального набора типовых решений, минимизирующих ожидаемую ошибку принимаемых в заданный момент времени решений.

<u>Утверждение 4.</u> $\forall \rho \in (0; 1/K]$ $\exists t(\rho)$ такое, что $\forall \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи

$$(5)\ Q(\{p_k\}, \tau) \to \min_{\{p_k \ge \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1}$$

является равномерное разбиение.

Доказательство утверждения 4. Сформулируем промежуточную лемму.

<u>Лемма 1.</u> $\forall \rho \in (0; 1/K]$ $\exists t(\rho)$ такое, что $\forall \tau > t(\rho)$ $Q(\{p_k\}, \tau)$ – строго выпуклая функция своих переменных $\{p_k\}$.

Доказательство леммы 1. Фиксируем произвольное $k = \overline{1,K}$ и (опуская индекс k) покажем, что $\forall \rho \in (0; 1/K]$ $\exists t(\rho)$ такое, что $\forall \tau \ge t(\rho)$ функция $G(p) = p^2 (1-p)^t$ выпукла по p. Вычислим вторую производную функции $G(\cdot)$:

$$(6)\ \frac{d^2 G(p)}{dp^2} = (1-p)^{t-2} [2 (1-p)^2 - 4 p t (1-p) + p^2 t (t-1)].$$

Выберем в качестве $t(\rho)$ максимальный относительно $t \ge 2$ корень квадратного уравнения

$$(7)\ \forall p \in [\rho; 1-\rho] \ \ 2 (1-p)^2 - 4 p t (1-p) + p^2 t (t-1) = 0.$$

Уравнение (7) имеет неотрицательное решение, так как коэффициент перед старшим по степени t (квадратичным) слагаемым строго положителен. Очевидно, любое $\tau \geq t(\rho)$ удовлетворяет системе неравенств: $\forall p \in [\rho; 1-\rho]$ $\frac{d^2G(p)}{dp^2} > 0$. Следовательно, в силу непрерывности по t правой части выражения (6) $\forall p \in [\rho; 1-\rho]$, $\forall \tau > t(\rho)$ $\frac{d^2G(p)}{dp^2} > 0$.

Итак, каждое слагаемое $\sum_{k=1}^{K} (p_k)^2 (1-p_k)^t l$ является выпуклой функцией p_k (константа Липшица неотрицательна по определению). Следовательно, и их сумма – выпуклая функция. Лемма 1 доказана.

Вернемся к доказательству утверждения 1. Фиксируем произвольное $t > 0$. Предположим, что $\{q_k\}$ – решение задачи (5) при $t \geq t(\rho)$, и существует пара $i, j \in \overline{1, K}$, такая, что $i \neq j$ и $q_i \neq q_j$. Пусть для определенности $j > i$. В силу строгой выпуклости целевой функции

$$Q(\{q_k\}, t) > Q(q_1, \ldots, q_{i-1}, \frac{q_i + q_j}{2}, q_{i+1}, \ldots, q_{j-1}, \frac{q_i + q_j}{2}, q_{j+1}, \ldots, q_K, t),$$

что противоречит сделанному предположению. Следовательно, в оптимальном решении все $\{q_k\}$ одинаковы. Единственность этого оптимального решения следует из строгой выпуклости целевой функции. Утверждение 4 доказано. •

Отметим, что решение задачи (5) не зависит от константы Липшица l.

Пример 1. Пусть $K = 2$. График зависимости $Q(p, t)$ приведен на Рис. 13.

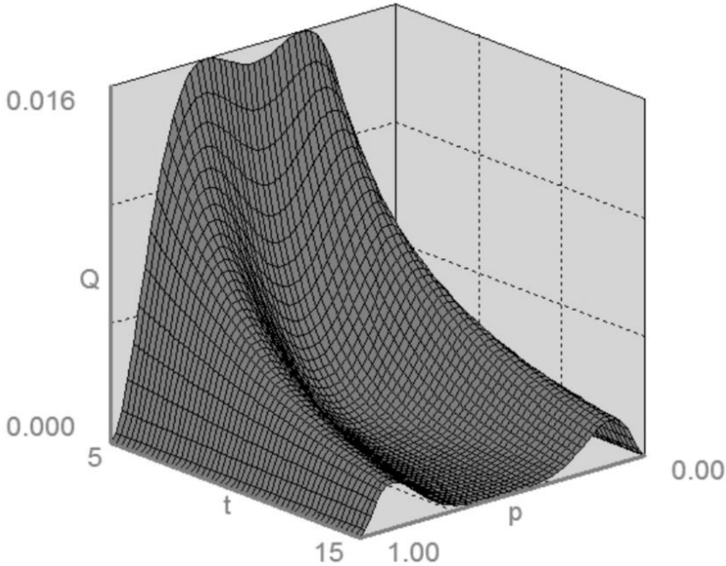

Рис. 13. График зависимости Q(p, t) в примере 1 •

Можно обобщить результат утверждения 4 на следующий случай. Пусть $C_k(p_k)$ – «потери» агента при первой реализации k-го состояния природы (*затраты* на нахождение оптимального в этой ситуации решения). Эти «затраты» могут определяться как вычислительная сложность нахождения оптимального решения в соответствующей ситуации. Как показано в четвертой главе, соответствующие «вычислительные затраты» растут линейно или, как правило, сверхлинейно по «размеру» области, на которой ведется оптимизация.

Тогда задача поиска оптимального (в смысле минимума ожидаемых потерь в момент времени t) разбиения множества возможных состояний природы (единичного отрезка) на K подмножеств имеет вид

$$(8)\ Q_C(\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^{K} C_k(p_k) p_k (1 - p_k)^t \ \rightarrow \min_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1} .$$

<u>Следствие 1.</u> Если функции $C_k(\cdot)$ принимают строго положительные значения и имеют ограниченные первую и вторую произ-

водные, $k = \overline{1,K}$, то $\forall \rho \in (0; 1/K]$ $\exists t(\rho)$ такое, что $\forall \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (8) является равномерное разбиение.

Доказательство следствия 1 отличается от доказательства утверждения 4 лишь тем, что вместо функции $G(p)$ необходимо исследовать функцию $G_C(p) = C(p)\, p\, (1 - p)^t$. Вычислим вторую производную функции $G_C(\cdot)$:

$$(9)\qquad \frac{d^2 G_C(p)}{dp^2} = (1-p)^{t-2}\,[\,C''(p)\ p\,(1-p)^2 + 2\ C'(p)\ (1-p)\,(1-p- p\,t) + C(p)\,p\,t\,(t-1)].$$

В силу условий следствия 1 коэффициент перед старшим по степени t (квадратичным) слагаемым в правой части выражения (9) строго положителен, а остальные коэффициенты ограничены. Справедливость следствия 1 доказана. •

Пусть теперь в случае повторной и последующих реализаций k-го состояния природы агент получает «*выигрыш*» $H_k(p_k)$. Задача поиска оптимального (в смысле максимизации ожидаемой полезности («разности» между «выигрышем» и «затратами») в момент времени t) разбиения множества возможных состояний природы (единичного отрезка) на K подмножеств имеет вид

$$(10)\ (\{p_k\}, t) = \sum_{k=1}^{K} p_k \{[1-(1-p_k)^t]\, H_k(p_k) - C_k(p_k)(1-p_k)^t\} \rightarrow \max_{\{p_k \geq \rho\}:\ \sum_{k=1}^{K} p_k = 1}.$$

<u>Теорема 1 (*об оптимальных типовых решениях*).</u> Если функция $H_k(\cdot)$ такова, что функция $x\,H_k(x)$ строго вогнута при $x \in [0; 1]$, а функция $C_k(\cdot)$ удовлетворяет условиям следствия 1, $k = \overline{1,K}$, то $\forall \rho \in (0; 1/K]$ $\exists t(\rho)$ такое, что $\forall \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (10) является равномерное разбиение.

Доказательство теоремы 1. В силу условий теоремы и следствия 1, каждое из слагаемых в критерии эффективности (10) является строго вогнутой функцией (как разность строго вогнутой и строго выпуклой функций). Следовательно, $(\{p_k\}, t)$ является вогнутой функцией $\{p_k\}$. Аналогично доказательству утверждения 4, можно показать, что оптимальными являются одинаковые значения $\{p_k\}$. Теорема 1 доказана. •

Утверждение 4 гласит, что для любого порога найдется момент времени, начиная с которого равномерное распределение вероятностей будет минимизировать ожидаемую ошибку принимаемых агентом решений. Возникает закономерный вопрос, верно ли «обратное» утверждение, что для некоторых достаточно больших моментов времени существует порог, при котором именно равномерное распределение оптимально. Следующее утверждение дает положительный ответ на этот вопрос.

Утверждение 5. $\forall t \geq [2K - 3/2 + \sqrt{2(K^2 - K - 1)}]$ $\exists \rho(t) \leq 1/K$ такое, что одним из решений задачи

(11) $Q(\{p_k\}, t) \to \min\limits_{\{p_k \geq \rho(t)\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1}$

является равномерное разбиение.

Доказательство утверждения 5 тривиально, т.к. легко убедиться, что в рамках его условий при $\rho(t) = 1/K$ выполнено «условие выпуклости» (см. также выражения (6), (7) и (9)):

$$2\,(1 - K)^2 - 4\,t\,(1 - 1/K)\,/\,K + t\,(t - 1)\,/\,K^2 \geq 0.$$

До сих пор число K попарно различных состояний природы было фиксировано. Исследуем, как от этого числа зависит ожидаемая ошибка, т.е. рассмотрим задачу поиска оптимального значения K. В силу утверждения 4 и теоремы 1 достаточно ограничиться классом равномерных распределений. Из анализа выражения (4) следует справедливость следующего утверждения.

Утверждение 6. Для любого $t \geq 0$ существует единственное наихудшее (максимизирующее ошибку) значение $K_*(t) = t + 1$.

Пример 2. На Рис. 14 приведен график зависимости (4) при $t = 50$; $K_* = 51$.

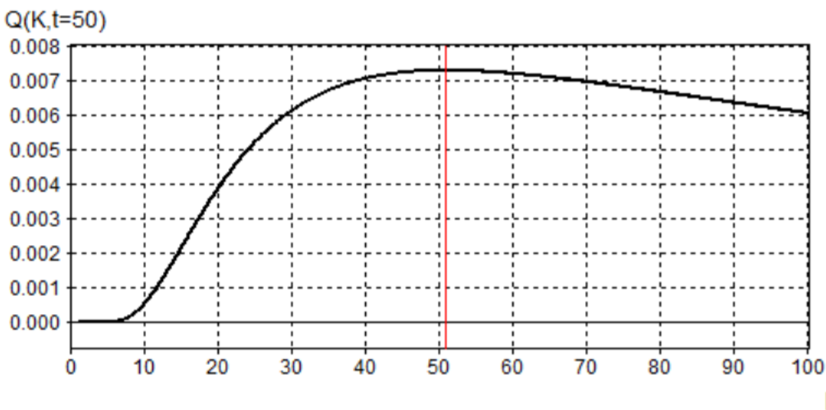

Рис. 14. График зависимости Q(K, t = 50) в примере 2 •

Минимум ошибки (4) будет достигаться либо при малых, либо при достаточно больших значениях *K*, следовательно, помимо величины ошибки, необходимо учитывать дополнительные критерии, например, ограниченность когнитивных возможностей агента, зависимость уровня научения от числа состояний природы и др.

Действительно, до сих пор мы в качестве критерия эффективности использовали ожидаемую ошибку (см. критерий оптимизации в задаче (3)). Рассмотрим теперь в качестве критерия уровень научения – вероятность того, что реализуется уже известное агенту состояние природы (см. (1)).

Пример 3. В случае равномерного распределения зависимость ожидаемого уровня научения от *K* имеет вид:

(12) $L(K, t) = 1 - (1 - \frac{1}{K})^t$.

График зависимости (12) приведен на Рис. 15.

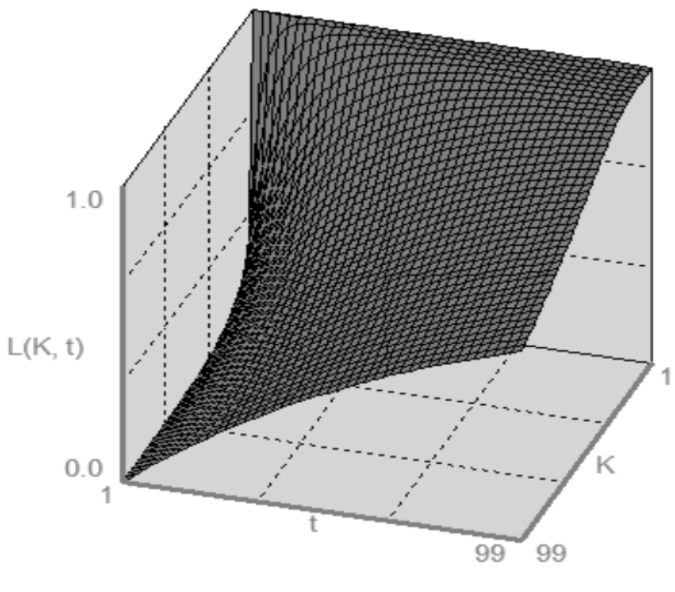

Рис. 15. График зависимости L(K, t) в примере 3 •

Для задачи максимизации ожидаемого уровня научения

(13) $L(\{p_k\},\ \tau) = 1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^{\tau} \ \to \max_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1}$

можно доказать (записав условия выпуклости слагаемых) следующий аналог утверждения 4.

Утверждение 7. $\forall \rho \in (0; 1/K] \ \ \exists\, t(\rho) = \frac{2}{\rho} - 1$ такое, что $\forall\, \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (13) является равномерное разбиение.

Из выражения (12) следует, что для любого фиксированного момента времени значение уровня научения убывает с ростом числа K (см. также Рис. 15), а зависимость ошибки от этого параметра имеет, в силу утверждения 6, точку максимума. Возникает вопрос, а почему нельзя выбрать $K = 1$, то есть считать, что возможно всего одно состояние природы. Такое предположение, однако, приведет вообще к отсутствию зависимости поведения изучаемой системы от состояний природы. Поэтому разумным представляется введение предположения, что априори известно число K_0 принципиально различных состояний природы (требующих качественно отличных реакций от агента). Это число, с одной стороны может определяться исходя из объективных закономерностей или ретроспективных данных (в случае наличия измеримой неопределенности относительно состояний природы), или определяться эвристично/экспертно (в случае наличия истинной неопределенности относительно состояний природы). С другой стороны, это число в явном виде накладывает ограничение снизу на возможное значение числа различных состояний природы: $K \geq K_0$, и должно быть согласовано с величиной «порога» ρ: $\rho \leq \frac{1}{K_0}$.

Проанализируем теперь, какие факторы могут сдерживать неограниченное увеличение параметра K. «Естественные» ограничения на K:

- из $p_k \geq \rho$ следует, что $K \leq 1 / \rho$;
- из утверждения 4 следует, что $t(\rho) \geq 2K - 1$;

- если δ - «порог» различения агентом значений целевой функции, то $K \le l / \delta$.

Таким образом, рациональным является разбиение множества возможных состояний природы на такое число равновероятных «ситуаций» (для которых в рамках разработки технологий агентом ищутся оптимальные или типовые решения), которое превышало бы ограничение K_0 снизу, обладало бы разумным компромиссом между ожидаемой ошибкой и уровнем научения (в заданный момент времени) и удовлетворяло бы вышеперечисленным ограничениям сверху.

Рассмотрим пример постановки оптимизационной («управленческой») задачи. Пусть требуется при заданных K_0, l и ρ достичь к моменту времени τ требуемого значения уровня научения $L_{\text{треб}}$, обеспечив при этом значение ожидаемой ошибки не более ε. Данная система требований в рамках утверждения 4 совместна, если существует целое положительное K, удовлетворяющее следующей системе неравенств (см. также выражения (4) и (12)):

$$(14)\quad \begin{cases} K_0 \le K \le \dfrac{1}{\rho}, \\ 1-(1-\dfrac{1}{K})^{\tau} \ge L_{\text{треб}}, \\ \dfrac{l}{K}(1-\dfrac{1}{K})^{\tau} \le \varepsilon. \end{cases}$$

Из результата утверждения 6 следует, что при $K_0 \le K_*(\tau)$ достаточно проверить, удовлетворяет ли системе (14) значение $K = K_0$ (выбирать бóльшие значения K, не имеет смысла, т.к. это одновременно и снизит уровень научения, и увеличит величину ожидаемой ошибки); а при $K_0 > K_*(\tau)$ необходимо искать допустимые значения параметра K.

3.2. Энтропия

Будем считать, что в каждый момент времени могут иметь место два события – реализуется известное или неизвестное агенту состояние природы (первое – с вероятностью $L(\{p_k\}, t)$, определяемой выражением (13)). При рассмотрении двух возможных событий *энтропия*

(15) $S(t, \{p_k\}) = - L(\{p_k\}, t) \ln (L(\{p_k\}, t)) -$

$- (1 - L(\{p_k\}, t)) \ln (1 - L(\{p_k\}, t))$.

Исследуем зависимость энтропии (15) от $\{p_k\}$, K и t, т.е. рассмотрим задачу минимизации энтропии в момент времени t:

(16) $S(t, \{p_k\}) \to \min\limits_{\{p_k \geq \rho\}:\sum_{k=1}^{K} p_k = 1}$.

<u>Теорема 2 (об энтропии).</u> $\forall \rho \in (0; 1/K]$ $\exists\, t(\rho) = \dfrac{2}{\rho} - 1$ такое, что $\forall \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (16) является равномерное разбиение.

Справедливость теоремы 2 следует из того, что энтропия (15) минимальна, когда максимальна одна из вероятностей $L(\{p_k\}, t)$ или $(1 - L(\{p_k\}, t))$. А, в силу утверждения 7, именно равномерное распределение максимизирует величину (13).

Результат теоремы 2 содержательно нетривиален – именно максимальное разнообразие начальных состояний (равномерное распределение вероятностей возможных состояний природы) не только минимизирует ошибку и максимизирует уровень научения (утверждения 4 и 7 соответственно), но и минимизирует энтропию состояний «обученности» агента.

<u>Утверждение 8.</u> Максимальное значение энтропии (15) не зависит от распределения $\{p_k\}$ и равно ln(2).

Справедливость утверждения 8 следует из того, что максимум по времени выражения (15) достигается при $L(\{p_k\}, t) = 1 - L(\{p_k\}, t)$, то есть когда равновероятны события реализации известного и нового для агента состояний природы.

Для равномерного распределения зависимость (15) энтропии от времени и параметра K имеет вид:

$$(17)\ S(t, K) = ln\left[\frac{\left(\left(\frac{K-1}{K}\right)^t - 1\right)^{\left(\frac{K-1}{K}\right)^t}}{1 - \left(\frac{K-1}{K}\right)^t}\right].$$

Максимум энтропии (17) достигается в момент времени

(18) $t_S(K) = -\dfrac{ln(2)}{ln(1-1/K)}$.

Отметим, что $t_S(K) \le t(\rho)$, т.е. равномерное распределение оптимально при временах, значительно превышающих характерное время, при котором достигается максимум энтропии.

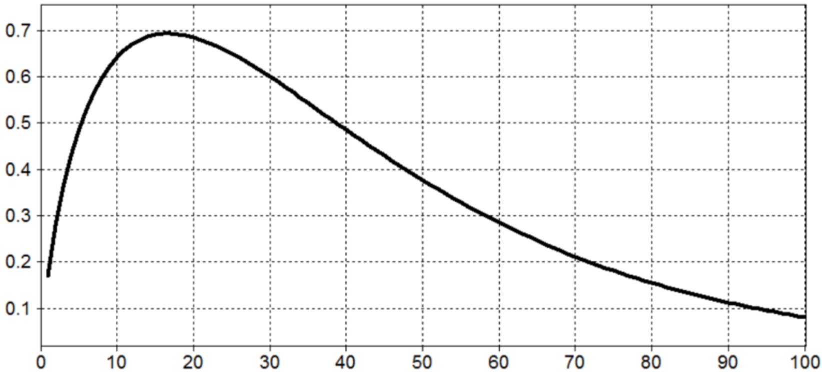

Рис. 16. График зависимости S(K, t) для равномерного распределения при K = 25 ($t_S(K) \approx 17$)

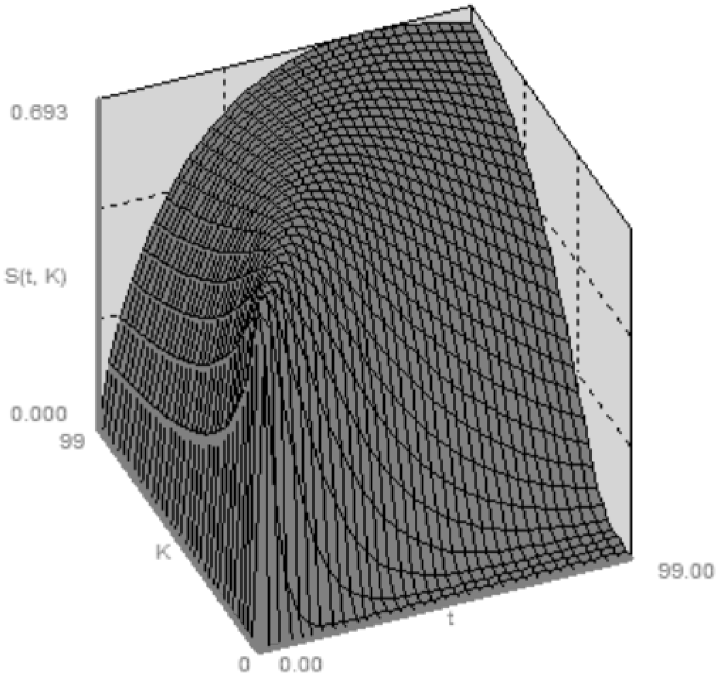

Рис. 17. График зависимости S(K, t) для равномерного распределения

В рассматриваемой модели выполняется общий *принцип необходимости разрушения детерминизма* [3, 74] – имеется точка максимума энтропии (в начальный момент времени энтропия равна нулю – система полностью детерминирована, и любое состояние природы, реализующееся в первый момент времени, будет новым для агента; асимптотически энтропия также стремится к нулю).

Рассмотрим теперь энтропию $s(t, \{p_k\})$ системы, которая может находиться в одном из 2^K состояний (состояние этой системы в момент времени t описывается K-мерным бинарным вектором, k-ая компонента которого равна единице, если до данного момента включительно состояние природы хотя бы раз принимала k-ое значение; в противном случае данная компонента равна нулю).

(19) $s(t, \{p_k\}) = \sum_{k=1}^{K}(1-(1-p_k)^t)\, ln\left(\frac{1}{1-(1-p_k)^t}\right).$

Рассмотрим задачу минимизации энтропии в момент времени t:

(20) $s(t, \{p_k\}) \to \min\limits_{\{p_k \geq \rho\}: \sum_{k=1}^{K} p_k = 1}$.

Утверждение 9. $\forall \rho \in (0; 1/K]\ \ \exists\, t(\rho)$ такое, что $\forall \tau > t(\rho)$ единственным решением задачи (20) является равномерное разбиение.

Доказательство утверждения 9 следует технике доказательств утверждения 4 и теоремы 1 (в данном случае необходимо показать строгую выпуклость по p функции $(1-(1-p)^t)\, ln\left(\dfrac{1}{1-(1-p)^t}\right)$ при «достаточно больших» t) и опускается.

3.3. Технологические сети

Вернемся к определению технологии. *Технология* КД выше определена как система условий, критериев, форм, методов и средств последовательного достижения поставленной цели. Последовательность действий (логическая, временн*а*я и процессная структуры КД – см. [11], т.е. «*технологические сети*») традиционно описывается на языке *теории графов* (структурное описание (связи «часть-целое» и т.п. между элементами), причинно-следственное описание, функциональное описание - поведение системы, взаимодействие с внешним миром и т.д.). Действительно, сетевые модели удачно выражают «причинно-следственные» отношения между элементами КД: описательная и прогностическая функция (от причин к следствиям), объяснительная функция (от следствий к причинам) и нормативная функция (от причин к оптимальным следствиям или оптимальные причины, приводящие к требуемым следствиям).

Среди классов моделей, отражающих содержательные свойства «технологической» структуры можно выделить:

- информационно-логические модели науки и технологий [5];
- семантические, логические и байесовы сети: вероятностные логические сети (PLN – Probabilistic Logic Network) [6, 98], марковские логические сети (Markov Logic Networks) [123], бинарные нейронные сети [46, 47, 107];
- модели знаний: продукционные, сетевые (семантические сети, онтологии), фреймовые и др. – см. обзоры в [88, 99];

- модели развития науки в терминах библиометрии и сетей цитирования [110];
- модели диффузии, инноваций, эпидемий для описания развития научных идей [136].

Кроме того, в рамках концепции анализа уровней готовности технологий (TRL – Technologies Readiness Level) и уровней их готовности к интеграции (IRL – Integration Readiness Level) в последнее время все чаще рассматриваются задачи максимизации уровня системной готовности (SRL – Systems Readiness Level) при ограничениях на TRL и IRL [125, 126].

Все перечисленные классы моделей еще ждут своей адаптации и применения для задач управления разработкой и освоением технологий КД. Проанализируем более подробно возможности использования для этих целей моделей сетевых активных систем.

Рассмотрим *сетевую активную систему* (САС) [16]: конечное множество $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ *агентов* (реализующих «элементарные технологии»), $n \geq 2$, и *сеть* $G = (N, E)$ (ориентированный связный граф без циклов), вершины которой соответствуют агентам, а множество дуг $E \subseteq N \times N$ отражает «логические» связи между ними, причем нумерация вершин правильная [19]. «Правильность» нумерации вершин графа отражает априорные представления о причинно-следственных связях результатов деятельности различных агентов.

Сеть в целом может рассматриваться как модель некоторой комплексной технологии, а подграфы этой сети – как модели частей комплексной технологии.

Обозначим через $L_i = \{\, j \in N \mid (j; i) \in E \,\}$ множество непосредственных *предшественников* i-го агента в сети G, множество непосредственных *последователей* i-го агента обозначим через $R_i = \{\, j \in N \mid (i;\, j) \in E \,\}$, $i \in N$. Множество всевозможных сетей с правильной нумерацией, связывающих вершины из множества N, обозначим через G_N.

Предположим, что сеть имеет единственный *выход* (вершину, не имеющую исходящих дуг) – n-ю вершину. Обозначим через $M_0 \subseteq N$ множество *входов* рассматриваемой сети (вершин, не имеющих входящих дуг), через M_k – множество вершин, в которые входят дуги только из вершин, принадлежащих множествам $\{M_j\}$, $j = \overline{0, k-1}$ (число $k(i)$ называется *рангом* вершины i, принадлежащей множеству M_k), $k = \overline{1,m}$, $m \leq n - 1$, $M_m = \{n\}$. Ранг выхода сети $k(n)$, очевидно, равен длине максимального пути от входов сети до ее выхода. Набор множеств $\{M_k\}$, $k = \overline{0,m}$, является разбиением множества N.

Обозначим через $M^k = \bigcup_{j=0}^{k-1} M_k$, $k = \overline{1,m}$, и положим $M^0 = \varnothing$. Обозначим через $S_0 = \{n\}$, $S_k \subseteq N$ – множество вершин графа G, из которых исходят дуги только в вершины из множества S_{k-1}, $k = 1, 2, \ldots, k(n)$; в силу связности графа G выполнено $\bigcup_{k=0}^{k(n)} S_k = N$. Обозначим через W_i множество предшественников i-го агента, т. е. вершин, из которых имеется путь в вершину i. Опять же, в силу связности графа G имеет место $W_n = N \setminus \{n\}$. Ранг вершины может условно интерпретироваться как уровень готовности соответствующей технологии.

Пусть САС является «*бинарной*» (логической сетью в терминах [66]), т.е. i-й агент характеризуется своими бинарными *действием* $y_i \in \{0;1\}$ и *результатом деятельности* $z_i \in \{0;1\}$ (условная трактовка: «0» – «действие не произведено» или «результат не достигнут», «1» – «действие произведено» или «результат достигнут»). Обозначим через y_D вектор действий агентов из множества $D \subseteq N$, через z_D – вектор результатов деятельности агентов из этого множества.

Связь результата деятельности агента с его действием и используемыми им в процессе этой деятельности результатами других агентов определяется логической «*технологической функцией*» Q_i: $\{0;1\}^{|N_i|} \to \{0;1\}$, т. е. $z_i = y_i Q_i(z_{N_i})$; для $i \in M_0$ имеет место $N_i = \varnothing$, поэтому положим $z_i = y_i Q_i(z_0)$, z_0 – l-мерный вектор *«входов»* сети ($l = |M_0|$). Предположим, что выбор действия $y_i = 1$ требует от i-го агента затрат $c_i \geq 0$.

Наиболее простыми примерами технологических функций являются *конъюнкция* (когда для получения агентом результата необходимо достижение результатов всеми его непосредственными предшественниками): $Q_i^{\min}(z_{N_i}) = \min_{j \in N_i} \{z_j\}$, и *дизъюнкция* (когда для получения агентом результата необходимо достижение результата хотя бы одним из его непосредственных предшественников): $Q_i^{\max}(z_{N_i}) = \max\limits_{j \in N_i} \{z_j\}$.

Как отмечалось в [16], если субъекту, осуществляющему управление САС (будем называть его *центром*), известны граф G, технологические функции $\{Q_i(\cdot)\}$ и затраты $\{c_i\}$ всех агентов, то он может реализовать следующий <u>алгоритм</u> - для каждой вершины i графа G:

– найти функцию $Q^i(y_{W_i})$, определяющую зависимость результата z_i деятельности i-го агента от вектора y_{W_i} действий всех предшественников i-го агента (данную функцию можно условно считать *агрегированной технологией* i-го агента; для n-го агента это будет агрегированная технология САС в целом);

– найти множество

(21) $A_i = \{(y_{W_i}) \in \{0;1\}^{|W_i|} \mid Q^i(y_{W_i}) = 1\}$

векторов действий агентов, обеспечивающих достижение результата i-го агента;

– найти множество

(22) $A_i^* = \operatorname{Arg} \min\limits_{(y_{W_i}) \in A_i} \sum\limits_{j \in W_i} c_j$

векторов действий агентов, обеспечивающих достижение результата i-го агента с минимальными суммарными затратами агентов

(23) $C_i = c_i + \min\limits_{(y_{W_i}) \in A_i} \sum\limits_{j \in W_i} c_j$.

В случае конъюнктивных технологических функций множества (21) и (22) имеют вид $A_n^* = A_n = N$. В случае дизъюнктивных технологических функций A_n^* представляет собой множество вершин графа G, лежащих на кратчайшем (по сумме затрат) пути от любого из входов сети до ее выхода, а величина C_n равна «длине» этого пути. В общем случае можно использовать результаты теории графов и календарно-сетевого планирования и управления [19, 29, 49].

В [16] показано, что учет центром интересов агентов и побуждение последних к выбору требуемых действий производится достаточно просто (в рамках результатов анализа сетевых организационных структур [62] и теорем о декомпозиции игры агентов [16, 63]), поэтому имеет смысл рассматривать только задачу «планирования», решаемую центром и заключающуюся в нахождении множеств (22).

Кроме того, в [16] приведены достаточные условия *агрегируемости* САС, т.е. возможности эквивалентного представления сетевой структуры единственным элементом с конструктивно определяемыми свойствами (зависящими от свойств элементов исходной сети).

Модель САС, описанная выше, предполагает полное знание центром сети G, а также всех технологических функций. Однако, результат разработки технологии, как правило, заключается в построении последовательности действий в условиях априорной неопределенности относительно как внешних условий осуществления деятельности, так и знаний относительно возможных способов достижения *цели* (значения результата деятельности соответствующего агента), т. е. неопределенности относительно причинно-следственных и/или логических связей между различными потенциальными элементами технологий.

Процесс разработки технологии заключается в устранении этой неопределенности (с учетом соответствующих затрат) за счет целенаправленных действий центра, изменяющих его представления о структуре САС и синтезе в результате *оптимальной технологии* – САС, позволяющей достичь цели с минимальными затратами на разработку технологии и ее реализацию (управление стоимостью на протяжении ЖЦ).

Рассмотрим *задачу оптимального научения в рамках технологической сети*. Управление (при заданном «технологическом графе») может заключаться в том, что от количества ресурсов, выделенных центром агенту, зависит число состояний природы, анализируемых им в единицу физического времени. Предположим, что время анализа любого состояния природы одинаково.

В общем виде задача выглядит следующим образом:

1) Построить технологический граф;

2) Решить для каждой его вершины задачу разбиения множества возможных состояний природы на конечное число непересекающихся подмножеств, оценить вероятности реализации каждого подмножества (см. разделы 3.1 и 3.2, в силу результатов которых следует использовать равномерное разбиение).

3) Фиксировать зависимость характеристик научения агентов-вершин от ресурсов.

4) Найти зависимость характеристик всего технологического графа от ресурсов (см. в т.ч. выражения (21)-(23)).

5) Решить задачу управления (распределения ресурсов между вершинами).

Рассмотрим ряд моделей, реализующих последний пункт. Обозначим через $u \le 1$ «ресурс» - долю состояний природы, «проверяемых» в единицу времени.

Зависимость уровня научения от времени и ресурса (для случая равномерного распределения вероятностей состояний природы) имеет вид (см. выражение (1) и [12]):

(24) $L(t) = 1 - \exp(- u\, t)$.

Как отмечалось выше, для матожидания времени τ достижения заданного уровня научения $L_{\text{треб}} \in [0; 1)$ при $K \gg 1$ справедлива аппроксимация

(25) $\tau(u) = - \dfrac{\ln(1 - L_{\text{треб}})}{u}$.

По аналогии с теоремой 5.1 в [49], с учётом выпуклости (25) по u, можно показать, что справедливо следующее утверждение.

Утверждение 10. Для любой зависимости ресурсов от времени существует постоянное их значение, приводящее к не меньшему времени достижения требуемого уровня научения.

Пусть разработка/освоение технологий требует от агента затрат $c(u\, K)$, которые будем считать строго монотонно возрастающей выпуклой функцией числа состояний природы, «проверяемых» в единицу времени (последняя величина может содержательно интерпретироваться как производительность затрачиваемых вычислительных ресурсов).

Рассмотрим два частных случая – последовательной и параллельной разработки технологий (см. также пятый раздел в [12]).

Последовательная разработка технологий. Пусть n технологий, индексируемых символом $i \in \overline{1, n}$, разрабатываются последовательно (в порядке их нумерации), а требуемый уровень научения $L_{\text{треб}}$ одинаков для всех них. Тогда время, необходимое для разработки всего комплекса технологий, равно сумме времен разработки отдельных технологий:

(26) $T_{\max}(u_1, \dots, u_n) = - \ln(1 - L_{\text{треб}}) \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{u_i}$.

Минимально необходимые «затраты» при этом равны

(27) $c_{\min}(u_1, \ldots, u_n) = c(\max\limits_{i \in \overline{1,n}} \{u_i K_i\})$.

Решение задачи минимизации времени (26) при заданном ограничении C сверху на затраты (27) имеет вид:

(28) $u_i = \dfrac{c^{-1}(C)}{\max\limits_{i \in \overline{1,n}}\{K_i\}}$,

то есть на разработку каждой из технологий выделяется одно и то же количество ресурса.

Из выражений (26) и (28) получаем, что комплекс последовательных технологий представим в агрегированном виде одной технологией со следующей зависимостью времени разработки от количества ресурса:

(29) $T(C) = -\ln(1 - L_{\text{треб}})\ n\ \dfrac{\max\limits_{i \in \overline{1,n}}\{K_i\}}{c^{-1}(C)}$.

Обратная задача – поиска минимальных ограничении $C_{\min}$ сверху на затраты, обеспечивающих разработку комплекса последовательных технологий за заданное время T, – имеет решение

(30) $C_{\min} = c\left(\dfrac{-\ln(1 - L_{\text{треб}})\ n \max\limits_{i \in \overline{1,n}}\{K_i\}}{T}\right)$.

Параллельная разработка технологий. Пусть n технологий разрабатываются параллельно. Тогда время, необходимое для разработки всего комплекса технологий, равно максимуму времён разработки отдельных технологий:

(31) $T_{\min}(u_1, \ldots, u_n) = \dfrac{-\ln(1 - L_{\text{треб}})}{\min\limits_{i \in \overline{1,n}}\{u_i\}}$.

Минимально необходимые «затраты» при этом равны

(32) $c_{\max}(u_1, \ldots, u_n) = \sum\limits_{i=1}^{n} c\left(u_i K_i\right)$.

Решение задачи минимизации времени (31) при заданном ограничении C сверху на затраты (32) имеет вид:

(33) $u_i = -\ T^*_{\min}\ \ln(1 - L_{\text{треб}})$,

где $T^*_{\min}$ - решение уравнения

(34) $\sum_{i=1}^{n} c\left(-\ln(1-L_{\text{треб}})\, T_{\min}^{*}\, K_i\right) = C.$

Отметим, что в оптимальном решении (33) на разработку каждой технологии выделяется одно и то же количество ресурса, и разработка всех технологий заканчивается одновременно через время $T_{\min}^{*}$.

Решение обратной задачи – поиска минимальных ограничений $C_{\min}$ сверху на затраты, обеспечивающих разработку комплекса параллельных технологий за заданное время T, – дается выражением (34), в которое следует подставить $T_{\min}^{*} = T$.

Из выражений (31) и (33) получаем, что комплекс параллельных технологий представим в агрегированном виде одной технологией. Аналитическое выражение для зависимости времени разработки от количества ресурса может быть легко получено в случае линейной функции затрат $c(\ )$:

(35) $T(C) = -\ \ln(1-L_{\text{треб}})\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n} K_i}{C}.$

Таким образом, в случае последовательно-параллельного сетевого графика разработки технологий, последний может быть сначала декомпозирован на последовательные и параллельные элементы, допускающие аналитическое описание оптимального распределения ресурсов и имеющие эквивалентное агрегированное представление (см. выражения (29) и (35)). В результате, весь сетевой график может быть представлен в простом аналитическом агрегированном виде.

Последовательно-параллельные сети называются агрегируемыми [21]. Известно (см. теорему 1 в [21]), что критерием агрегируемости сети является отсутствие в ней структур типа «мост». Любую сеть можно превратить в агрегируемую путем разделения ряда вершин на несколько вершин, причем решение задачи минимизации времени или затрат для преобразованной (агрегируемой) сети дает оценку снизу для исходной задачи (теорема 2 в [21]).

3.4. Задача о переходе от разработки технологии к её продуктивному использованию

Используя полученные выше результаты о свойствах процессов управления технологией, рассмотрим задачу принятия решения о завершении проектирования (блок 3 на Рис. 9) и переходе к реализации продуктивной стадии ЖЦ КД (цикл b-c на Рис. 9).

Предположим, что в течение проектирования субъект инвестирует в создание технологии своей КД, чтобы получить выгоды от её использования в ходе реализации. В каждом периоде времени в течение фазы проектирования эффект от КД для субъекта детерминирован и отрицателен - он несёт затраты c_d независимо от состояний внешней среды.

В течение периода t фазы реализации может происходить один из двух возможных исходов:

- Внешняя среда приняла одно из известных состояний, для которого технология уже разработана, соответственно субъект получает выгоду v, будем условно обозначать такой исход $\xi_t = 1$;
- Внешняя среда приняла неизвестное состояние ($\xi_t = 0$), что потребовало модернизации технологии, и субъект несёт затраты c_p, не получая выгоды (очевидно, имеет смысл рассматривать только случай $c_p > c_d$, если это не так, фаза проектирования не имеет экономического смысла).

Эффект в течение фазы реализации неопределёнен и зависит от состояния внешней среды $v\xi_t - c_p(1-\xi_t) = (v+c_p)\,\xi_t - c_p$. В зависимости от текущего уровня разработанности технологии L_{t-1}, достигнутого к периоду t, матожидание эффекта, получаемого в данном периоде, равно:

$$V(t) = (v+c_p)\mathrm{E}[\xi_t] - c_p = (v+c_p)\Pr(\xi_t = 1) - c_p = (v+c_p)L_{t-1} - c_p .$$

Общепринятым в подобных задачах является предположение об аддитивности эффекта: эффект, получаемый на интервале времени, равен сумме эффектов, полученных в каждом периоде этого интервала.

Выполнение ЖЦ (см. первую главу, Рис. 9) заключается в том, что перед каждым периодом субъект принимает решение, производить проектирование и нести затраты c_d или реализовывать КД; в последнем случае он в зависимости от состояния внешней среды получает выгоду v или несёт затраты на модернизацию c_p.

Пусть d_t – функция-индикатор, отражающая решения субъекта КД в каждом периоде t и принимающая значения «0» – производить проектирование или «1» – реализовывать КД. Тогда $V(t_1, t_2)$ - матожидание эффекта, получаемого субъектом на интервале времени от t_1 до t_2 может быть записано в виде:

$$V(t_1, t_2) = \sum_{\tau=t_1}^{t_2} \Big[(v\, L_{\tau-1} - c_p\ (1 - L_{\tau-1}))\, d_\tau - c_d\ (1 - d_\tau) \Big].$$

Тогда задача принятия решения о завершении фазы проектирования и переходе к фазе реализации ЖЦ КД ставится в виде поиска решений $\{ d_t^* \}$, оптимизирующих $V(t_1, t_2)$:

$$\left\{ d_t^* \right\} = \arg\max_{\{d_t\}} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} \Big[(v\, L_{\tau-1} - c_p\ (1 - L_{\tau-1}))\, d_\tau - c_d\ (1 - d_\tau) \Big].$$

Пусть субъект может последовательно принимать решения в каждом периоде $t = \overline{1, T}$ независимо от решений в предыдущих периодах, то есть все $\{d_t\}$ независимы друг от друга.

Тогда в текущий момент времени t решение принимается так, чтобы оптимизировать $V(t, T)$:

(36) $$\max_{\{d_t\}} V\left(t, T\right) = \max_{\{d_t\}} \left\{ \sum_{\tau=t}^{T} (v\, L_{\tau-1} - c_p\ (1 - L_{\tau-1}))\, d_\tau - c_d\ (1 - d_\tau) \right\}.$$

Максимум суммы эффектов равен сумме максимумов эффектов в силу независимости $\{d_t\}$ в различные моменты времени, тогда из выражения (36) следует, что:

$$\max_{\{d_t\}} V\left(t, T\right) = \sum_{\tau=t}^{T} \max_{d_\tau} \left\{ (v\, L_{\tau-1} - c_p\ (1 - L_{\tau-1}))\, d_\tau - c_d\ (1 - d_\tau) \right\} =$$

$$= \max_{d_t} \left\{ (v\, L_{t-1} - c_p\ (1 - L_{t-1}))\, d_t - c_d\ (1 - d_t) \right\} + \max_{\{d_{t+1}\}} V\left(t+1, T\right).$$

Выполнив преобразования и обозначив

(37) $$L_{\text{пор}} = \frac{c_p - c_d}{c_p + v},$$

получим:

$$\max_{\{d_t\}} V(t, T) = -c_d + (v + c_p)\ \max_{d_t} \left\{ (L_{t-1} - L_{\text{пор}})\, d_{t_m} \right\} + \max_{\{d_{t+1}\}} V(t+1, T).$$

Откуда следует следующее утверждение.

Утверждение 11. Оптимальной (дающей максимально возможный суммарный эффект) будет стратегия вида:

$$(38)\quad d_t(L_{t-1}) = \begin{cases} 0, & \text{если } L_{t-1} < L_{\text{пор}}, \\ 1, & \text{если } L_{t-1} \geq L_{\text{пор}}. \end{cases}$$

То есть оптимальной является стратегия (38) с однократным переключением d_t от 0 к 1 – от фазы проектирования к фазе реализации, причём условие перехода задаётся достигнутым уровнем разработанности технологии: пока этот уровень ниже порогового значения ($L_{t\text{-}1} < L_{\text{пор}}$), субъекту выгодно разрабатывать технологию (инвестировать в создание технологии), а, начиная с момента $t_{\text{дос}}$ достижения уровня разработанности $L_{\text{пор}}$, целесообразно использовать технологию для получения выгод от реализации деятельности, параллельно, повышая уровень разработанности. Сначала субъект только разрабатывает технологию, потом продолжает разработку - улучшение в процессе осуществления деятельности.

Основываясь на тождестве Вальда и используя полученные выше выражения (36) и (38), получим в явном виде выражение для априорной оценки максимального эффекта:

$$(39)\quad V^*(0,T) = (v + c_p) \sum_{\tau = t_{\text{дос}}+1}^{T} L_{\tau-1} - c_d\, t_{\text{дос}} - c_p\, (T - t_{\text{дос}})\,,$$

где $t_{\text{дос}}$ - среднее время достижения уровня $L_{\text{пор}}$ (явное выражение для $t_{\text{дос}}$ приведено в [12]).

Подставив выражение для $L_{\tau\text{-}1}$ - матожидания уровня разработанности - в выражение (39), получим:

$$V^*(0,T) = (v + c_p) \sum_{\tau = t_{\text{дос}}}^{T-1} \left(1 - \sum_{k=1}^{K} p_k (1 - p_k)^{\tau} \right) - c_d\, t_{\text{дос}} - c_p\, (T - t_{\text{дос}})\,.$$

Откуда окончательно:

$$V^*(0,T) = v\,T - (v + c_d)\, t_{\text{дос}} - (v + c_p) - (v + c_p) \sum_{k=1}^{K} \left[(1 - p_k)^{t_{\text{дос}}} - (1 - p_k)^{T} \right].$$

Интересно отметить, что оптимальная стратегия не зависит от длительности интервала T, от неё зависит лишь значение получаемого эффекта $V^*(0,T)$.

Из (37) и свойств монотонности возрастания процесса L_t (см. утверждение 5 и его расширения на различные варианты комплексирования) следует, что при любых сколь угодно больших затратах

c_d и c_p, таких, что $c_d < c_p$, и сколь угодно малой, но отличной от нуля, выгоде v, найдётся такой момент времени $T_{\text{окуп}}$, начиная с которого деятельность будет приносить положительный эффект, т.е. $T_{\text{окуп}}$ определит точку безубыточности ЖЦ КД. Этот момент времени может быть найден из уравнения

$$a_1\, t + \sum_{k=1}^{K}(1-p_k)^t = a_2\, t_{\text{дос}} + 1 + \sum_{k=1}^{K}(1-p_k)^{t_{\text{дос}}}$$

относительно t, где $0 < a_1 = v/(v+c_p) < 1$, $0 < a_2 = (v+c_d)/(v+c_p) < 1$. Свойство монотонности возрастания уровня разработанности технологии (см. утверждение 5 и его расширения на различные варианты комплексирования) позволяет показать, что последовательная стратегия с однократным переключением является оптимальной среди всех последовательных стратегий принятия решений d_t (не только стратегий с независимыми в каждом периоде решениями). Так как оптимальная последовательная стратегия принятия решений не хуже любой априорной стратегии, можно сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 12. Последовательная стратегия (38) с однократным переключением является оптимальной среди всех возможных. Получаемый при этом эффект (39) является предельно достижимым, а срок окупаемости $T_{\text{окуп}}$ – минимально возможным.

Рассмотрим теперь задачу принятия решения о переходе от фазы проектирования к фазе реализации при неизвестных, но не изменяющихся характеристиках внешней среды (размерность K и вероятности $\{p_k\}$). В этом случае значение уровня разработанности технологии не может быть вычислено, поэтому непосредственно использовать стратегию (38), сформулированную в утверждении 9 нельзя.

Выражение для матожидания эффекта может быть записано в иной форме:

$$\max_{\{d_t\}} V(t,T) = -c_d + (v+c_p)\max_{d_t}\left\{\left(\Pr\left(\xi_t = 1\right) - L_{\text{пор}}\right)d_t\right\} + \max_{\{d_{t+1}\}} V(t+1,T).$$

Отсюда следует, что последовательная стратегия, оптимизирующая матожидание эффекта $V(t, T)$, непосредственно заключается в максимизации: $\left(\Pr\left(\xi_t = 1\right) - L_{\text{пор}}\right)d_t \to \max\limits_{d_t}$, что, в свою очередь, обеспечивается стратегией $d_t = 1$ при $\Pr(\xi_\tau = 1) > L_{\text{пор}}$ и $d_t = 0$ в остальных случаях. То есть d_t должно формироваться как результат последовательной проверки превышения значением ненаблюдаемого процесса L_t порога $L_{пор}$ – фактически проверки сложной основной гипотезы $L_t < L_{пор}$ против сложной альтернативной гипотезы $L_t \geq L_{пор}$.

При неизвестных характеристиках внешней среды вся информация, на основании которой может приниматься решение, заключается в том, наблюдается ли новое или уже встречавшееся состояние внешней среды. Обозначим через θ_k моменты времени, в которые состояния внешней среды принимают не наблюдавшиеся до этого значения. Эти моменты образуют возрастающую конечную последовательность $0 = \theta_1 < \theta_2 <\ldots< \theta_k <\ldots< \theta_K$, наблюдаемую субъектом. Согласно определениям в каждый из моментов θ_k процесс L_t увеличивается на неизвестное субъекту значение p_k и принимает значение $L_{\theta_k} = \sum_{i=1}^{k} p_i$, после чего до следующего момента θ_{k+1} не изменяет значения. Рассмотрим длины серий $\psi_k = (\theta_{k+1} - \theta_k - 1)$ при $k = \overline{1, K-1}$. Значения ψ_k являются независимыми случайными величинами, распределение каждой из которых подчиняется геометрическому закону с неизвестным субъекту параметром, равным достигнутому значению $L_{\theta_k} = \sum_{i=1}^{k} p_i$ суммы вероятностей уже реализованных состояний внешней среды. То есть $\Pr(\psi_k = n) = \left(1 - L_{\theta_k}\right) L_{\theta_k}{}^{n-1}$, их математические ожидания и дисперсии равны $L_{\theta_k} / \left(1 - L_{\theta_k}\right)$ и $L_{\theta_k} / \left(1 - L_{\theta_k}\right)^2$ соответственно. Так как субъект априори не знает размерности K и распределения $\{p_k\}$, то длина последовательности $\{\psi_k\}$ не может быть задана, поэтому последовательность $\{\psi_k\}$ априори должна считаться бесконечной.

Будем обозначать номер последнего наблюдавшегося к текущему моменту времени t нового состояния как s, то есть $0 = \theta_1 < \theta_2 <\ldots< \theta_s \leq t$, также обозначим $\psi_s = t - \theta_s$.

Итак, в каждый момент времени t субъект располагает следующей информацией (на основании этой и только этой информации ему необходимо принимать решение):

- значениями длин серий $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_{s-1}, \psi_s$, будем символически обозначать этот набор значений через $\{\psi\}$;

- знанием о том, что каждое из ψ_k порождается геометрическим распределением с неизвестным, но возрастающим параметром $L_{\theta_k} < L_{\theta_{k+1}}$.

Таким образом, в случае неизвестных свойств внешней среды необходимо синтезировать критерий $d_t(\{\psi\})$ последовательной проверки сложной основной гипотезы H_0 (значение L_t до момента t не превысило порога $L_{пор}$): $L_{\theta_s} < L_{пор}$ против набора сложных альтернативных гипотез $\{H_i\}$ (значение L_t превысило порог $L_{пор}$ в момент θ_i): $L_{\theta_i} \geq L_{пор}$ так, чтобы оптимизировать матожидание эффекта $V(0, T)$. При синтезе критерия вид решающей функции $d_t(\{\psi\})$ выберем на основании отношения правдоподобия, а параметры критерия – исходя из оптимизации эффекта $V(0, T)$.

Относительное логарифмическое правдоподобие длин серий $\{\psi\}$, порождаемых геометрическим распределением, имеет вид:

$$l(i,t) = ln\left\{\frac{\Pr(\{\psi\}|H_i)}{\Pr(\{\psi\}|H_0)}\right\} = \sum_{k=i}^{s-1} ln\left(\frac{L_k^i}{L_k^0}\right)\psi_k + \sum_{k=i}^{s-1} ln\left(\frac{1-L_k^i}{1-L_k^0}\right) + ln\left(\frac{L_s^i}{L_s^0}\right)\psi_s .$$

где L_k^0 и L_k^i - значения процесса L_t в моменты времени θ_k когда верна основная $L_k^0 < L_{пор}$ и альтернативная $L_k^i \geq L_{пор}$ гипотезы соответственно, а номер i (i=1,2, …s) – номер альтернативной гипотезы, он же номер порядковый номер нового i-го состояния внешней среды.

Отсутствие информации о свойствах внешней среды не даёт оснований сформулировать конструктивные соображения относительно значений L_k^0 и L_k^i кроме неравенств $L_k^0 < L_{пор}$ и $L_k^i \geq L_{пор}$, поэтому полагаем $L_k^0 = L_{пор} - \Delta L$ и $L_k^i = L_{пор} + \Delta L$ (данное предположение ничем не лучше и не хуже любого иного).

Решение отвергнуть основную гипотезу в пользу альтернативы, очевидно, принимается в момент времени t, когда хотя бы одна из функций $l(i, t)$ превысит некоторое пороговое значение $l_{пор}$, то есть $\max_i l(i,t) \geq l_{пор}$.

Обозначим $l(t) = \max_i l(i,t)$ и рассмотрим изменение функции $l(t)$ с течением времени. Если в момент времени t наблюдалось известное состояние внешней среды, то каждое из правдоподобий

$l(i, t)$ при $1 \le i \le s$ увеличивается на $a_1 = ln\left(\frac{L_{\text{пор}} + \Delta L}{L_{\text{пор}} - \Delta L}\right) > 0$, следовательно, и $l(t)$ увеличивается на это же значение, то есть $l(t + 1) = l(t) + a_1$. Если наблюдалось новое состояние, то каждое из $l(i, t)$ для $1 \le i \le s$ уменьшается на $a_2 = ln\left(\frac{1 - L_{\text{пор}} - \Delta L}{1 - L_{\text{пор}} + \Delta L}\right) < 0$. Также формируется новая, $(s + 1)$-я функция $l(s + 1, t + 1) = 0$. Поэтому в этом случае $l(t + 1) = \max\{0; l(t) + a_2\}$.

Получающееся значение функции правдоподобия $l(t)$ сравнивается с пороговым значением $l_{\text{пор}}$. Так как все три используемые константы a_1, a_2 и $l_{\text{пор}}$ подлежат определению, без ограничения общности можно положить $a_1 = 1$ и $a_2 = -a$.

Таким образом, вид последовательного критерия, основанного на отношении правдоподобия, для случая неизвестных свойств внешней среды определён. Критерий включает рекуррентное вычисление функции правдоподобия $l(t)$ и на её основе принятие решения:

$$l(t+1) = \begin{cases} l(0) = 0 \\ l(t) + 1; \text{ при наблюдении известного состояния;} \\ \max\{0;\ l(t) - a\}; \text{ при наблюдении нового состояния;} \end{cases}$$

(40)

$$d_t(\{\psi\}) = \begin{cases} 0 \text{ при } d_{t-1}(\{\psi\}) = 0 \text{ и } l(t) < l_{\text{пор}}; \\ 1 \text{ при } d_{t-1}(\{\psi\}) = 1 \text{ или } l(t) \ge l_{\text{пор}}. \end{cases}$$

Для завершения синтеза критерия необходимо определить значения констант a и $l_{\text{пор}}$ исходя из оптимизации эффекта $V(0, T, a, l_{\text{пор}})$ при различных предположениях о свойствах внешней среды. Сделаем это.

Получим выражение для матожидания эффекта на некотором интервале времени от 0 до T (в начале которого уровень научения $L_0 = 0$) в виде функции от констант критерия a и $l_{\text{пор}}$, а также от предполагаемых свойств внешней среды - от распределения $\{p_k\}$ и его размерности K.

Будем называть траекторией последовательность номеров $\{k_1, k_2, \dots, k_K\}$ новых состояний внешней среды в том порядке, как они наблюдались в ходе разработки технологии, обозначать θ_i – моменты наступления состояний k_i. Уровень научения в ходе реализации траектории меняется от 0 до 1 и в моменты времени θ_i принимает значения $L_{\theta_i} = \sum_{j=1}^{i} p_{k_i}$. Вероятность каждой траектории $\{k_i\}$ равна $P\left(\{k_i\}\right) = \prod_{i=1}^{K}\left[p_{k_i}\left(1 - L_{\theta_i - 1}\right)^{-1}\right]$.

Сначала вычислим значение эффекта $V(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}})$ для каждой траектории, а потом усредним по траекториям

$$V\left(T, a, l_{\text{пор}}\right) = \sum_{\{k_i\}} V\left(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}\right) P\left(\{k_i\}\right) = \tag{41}$$
$$= \sum_{\{k_i\}} V\left(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}\right) \prod_{i=1}^{K}\left[p_{k_i}\left(1 - L_{\theta_i - 1}\right)^{-1}\right].$$

При получении выражение для эффекта $V(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}})$ траектория $\{k_i\}$ является фиксированной, поэтому для простоты обозначений будем считать $k_i = i$, тогда $p_i = p_{k_i}$, также будем обозначать $L_i = L_{\theta_i}$.

Введём в рассмотрение случайный двумерный дискретный процесс $(k(t); l(t))$ где $k(t)$ – количество состояний траектории, которые ещё не реализовались (после первого момента времени $k(0) = K - 1$ и далее уменьшается на 1 в моменты θ_i, не становясь меньше 0), $l(t)$ – значения функции правдоподобия ($l(0) = 0$ и далее $l(t)$ меняется согласно правилу (40) в диапазоне от 0 до $l_{\text{пор}}$ включительно).

Если в некоторый момент времени t второй элемент процесса $(k(t), l(t))$ достиг значения $l(t) = l_{\text{пор}}$, эффект для данной траектории станет определён и примет значение $v(T - t) - c_p\, k(t) - c_d\, t$.

Тогда матожидание эффекта для траектории равно

$$V\left(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}\right) = \sum_{t;k(t)} \left(v\left(T - t\right) - c_d t - c_p k\left(t\right)\right) Pr\left(k\left(t\right); l_{\text{пор}}; t\right) =$$
$$= v\,T - \left(c_d + v\right)\left\{ \sum_{t;\,k(t)} t\, Pr\left(k\left(t\right); l_{\text{пор}}; t\right) + \frac{c_p}{c_d + v} \sum_{t;\,k(t)} k\left(t\right) Pr\left(k\left(t\right); l_{\text{пор}}; t\right)\right\}.$$

В этом выражении, во-первых, первый элемент vT – не зависит ни от свойств внешней среды, ни от рассматриваемой траектории, ни от параметров критерия, поэтому в дальнейшем для простоты выкладок будет опущен. Во-вторых, второй элемент имеет смысл издержек на научение – произведение константы $(v + c_d)$ на сумму среднего времени достижения требуемого уровня научения (первая сумма) и среднего числа не реализовавшихся к этому моменту состояний среды (вторая сумма), умноженного на $\mu = c_p\,(v + c_d)^{-1}$.

Таким образом, оптимизация эффекта сводится к минимизации издержек в форме

(42) $$C\left(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}\right) = \sum_{t;\,k(t)} t\,Pr\left(k(t); l_{\text{пор}}; t\right) + \mu \sum_{t;\,k(t)} k(t)\,Pr\left(k(t); l_{\text{пор}}; t\right).$$

Выражение (41) для эффекта с учётом (42) примет вид

$$V\left(T, a, l_{\text{пор}}\right) = v\,T - \left(c_d + v\right)\sum_{\{k_i\}} C\left(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}\right) P\left(\{k_i\}\right) =$$

$$= v\,T - \left(c_d + v\right)\sum_{\{k_i\}} C\left(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}\right)\prod_{i=1}^{K}\left[p_{k_i}\left(1 - L_{\theta_i - 1}\right)^{-1}\right].$$

Поэтому задача оптимизации эффекта $V(0, T, a, l_{\text{пор}}) \to \max$ эквивалентна задаче минимизации средних издержек $C(T, a, l_{\text{пор}}) \to \max$, где

(43)
$$C\left(T, a, l_{\text{пор}}\right) = \sum_{\{k_i\}} C\left(\{k_i\}, T, a, l_{\text{пор}}\right)\prod_{i=1}^{K}\left[p_{k_i}\left(1 - L_{\theta_i - 1}\right)^{-1}\right] =$$

$$= \sum_{\{k_i\}}\left(\sum_{t;\,k(t)}\left(t + \mu\,k(t)\right) t\,Pr\left(k(t); l_{\text{пор}}; t\right)\right)\prod_{i=1}^{K}\left[p_{k_i}\left(1 - L_{\theta_i - 1}\right)^{-1}\right].$$

Таким образом, для решения задачи необходимо получить выражение для распределения вероятностей $Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t)$.

Заметим также, что средние издержки могут быть выражены следующим образом:

$$C\left(T; a; l_{\text{пор}}\right) = \sum_{\{k_i\}} C\left(\{k_i\}; T; a; l_{\text{пор}}\right) P\left(\{k_i\}\right) =$$

$$= \sum_{\{k_i\}}\left(\sum_{t;\,k(t)}\left(t + \mu\,k(t)\right) Pr\left(k(t); l_{\text{пор}}; t\right)\right) P\left(\{k_i\}\right) =$$

$$= \sum_{\{k_i\}}\sum_{t;\,k(t)} t\,Pr\left(k(t); l_{\text{пор}}; t\right) P\left(\{k_i\}\right) + \mu\sum_{\{k_i\}}\sum_{t;\,k(t)} k(t)\,Pr\left(k(t); l_{\text{пор}}; t\right) P\left(\{k_i\}\right)$$

То есть, средние издержки выражаются как

(44) $$C\left(T; a; l_{\text{пор}}\right) = \bar{t}\left(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}}\right) + \mu\bar{k}\left(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}}\right),$$

где $\bar{t}\left(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}}\right)$ - среднее время достижения уровня $l_{\text{пор}}$ процессом $l(t)$, $\bar{k}\left(K; \{p_k\}; a; l_{\text{пор}}\right)$ - среднее количество состояний внешней среды, не реализовавшихся к моменту достижения процессом $l(t)$ уровня $l_{\text{пор}}$ и $\mu = c_p\ (v + c_d)^{-1}$ – известный параметр, аккумулировануо характеризующий соотношение выгод v, затрат c_p и c_d.

Выражение (44) позволяет качественно проанализировать поведение средних издержек при различных значениях парметров критерия. Очевидно, функция $\overline{t}\left(\cdot\right)$ монотонно растёт по a и $l_{\text{пор}}$, а $\overline{k}\left(\cdot\right)$ монотонно убывает по a и $l_{\text{пор}}$ для любых распределений состояний внешней среды. При $l_{\text{пор}} = 0$ (очевидно, $a \leq l_{\text{пор}}$) критерий срабатывает в первом же периоде, функция $\overline{t}\left(\cdot\right)$ оказывается равной 1, функция $\overline{k}\left(\cdot\right)$ - равной K - 1, и средние издержки $C(T, 0, 0) = 1 + \mu\ (K - 1)$. На оборот, при «очень больших» значениях $l_{\text{пор}}$ критерий вообще не срабатывает до конца интервала T, функция $\overline{t}\left(\cdot\right)$ оказывается равной T, функция $\overline{k}\left(\cdot\right)$ - равной 0, и средние издержки $C(T, a, \infty) = T$ (при любых a).

Поэтому средние издержки $C(T, a, l_{\text{пор}})$ имеют оптимум, зависящий от K, $\{p_i\}$, μ, a, $l_{\text{пор}}$ (в частном случае оптимум соответствует одному из граничных значений $1 + \mu\ (K - 1)$ или T).

Согласно определению процесса $(k(t), l(t))$ его эволюция описывается следующими правилами:

- В начальный момент времени $t = 1$ значение процесса детерминировано и равно $(k(0); l(0)) = (K - 1; 0)$.
- В каждый момент $t > 0$, когда повторно реализуется известное состояние внешней среды, $(k(t); l(t)) = (k(t - 1); l(t - 1) + 1)$. Если при этом $l(t - 1) \geq l_{\text{пор}}$, то $(k(t; l(t)) = (k(t - 1); l_{\text{пор}})$. Вероятность этого события равна $L_{k(t)}$.
- Если в момент $t > 0$ реализуется неизвестное состояние внешней среды, то $(k(t); l(t)) = (k(t - 1) + 1; \max\{0; l(t - 1) - a\})$, если при этом $l(t - 1) \geq l_{\text{пор}}$, то $(k(t); l(t)) = (k(t - 1) + 1; l_{\text{пор}})$. Вероятность этого события равна $1 - L_{k(t)}$.

Эти правила позволяют сформулировать систему разностных уравнений, описывающих эволюцию функции вероятности $P(k; l; t)$ процесса $(k(t), l(t))$ от времени $t > 0$ для $0 \leq k < K$ и $0 < l < l_{\text{пор}}$:

(45) $P(k; l; t) = L_k P(k; l - 1; t - 1) + (1 - L_{k+1})\ P(k + 1; l + a; t - 1)$,

а также начальные условия:

(46) $P(K - 1; 0; 0) = 1$ и $P(k; l; 0) = 0$ для любых $k < K - 1$ или $l > 0$,

и граничные условия:

$$P\left(k; l_{\text{пор}}; t\right) = L_k \left(P\left(k; l_{\text{пор}} - 1; t-1\right) + P\left(k; l_{\text{пор}}; t-1\right)\right) +$$
$$+ \left(1 - L_{k+1}\right) P\left(k+1; l_{\text{пор}}; t-1\right),$$

(47) $$P\left(k; 0; t\right) = \sum_{l=1}^{a} \left(1 - L_{k+1}\right) P\left(k+1; l; t-1\right),$$

$$P\left(k; l; t\right) \equiv 0 \text{ при } l_{\text{пор}} < l \text{ или } l < 0 \text{ для } \forall k, \forall t.$$

Система разностных уравнений (45)-(47) позволяет рекуррентно рассчитать значения функции вероятности процесса $(k(t); l(t))$. В свою очередь, распределение вероятностей моментов достижения уровня $l_{\text{пор}}$ и количества состояний траектории, которые ещё не реализовались, может быть получено как $Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t) = L_k P(k; l_{\text{пор}} - 1; t - 1)$. Это обеспечивает возможность вычисления средних издержек и, следовательно, возможность численной оптимизации издержек $C(T, a, l_{\text{пор}})$ и выбора оптимальных значений параметров критерия a и $l_{\text{пор}}$ таких, что $C(T, a, l_{\text{пор}}) \to \max$ для определённых предполагаемых свойств внешней среды – распределения вероятностей $\{p_k\}$ и его размерности K.

Таким образом, для случая неизвестных свойств внешней среды (размерность K и распределения вероятностей $\{p_k\}$) синтезирован последовательный критерий (40), основанный на функции правдоподобия. Для этого критерия предложен алгоритм выбора оптимальных (по минимуму издержек) значений параметров для определённых предполагаемых свойств внешней среды.

Для исследования свойств синтезированного критерия была разработана имитационная модель, численно реализующая систему разностных уравнений (45)-(47) и позволяющая рекуррентно рассчитать значения функции вероятности $Pr(k(t); l_{\text{пор}}; t)$ и средние издержки $C(T, a, l_{\text{пор}})$. На основании этого выбираются (перебором с заданным шагом) оптимальные значения параметров a, $l_{\text{пор}}$ в зависимости от предполагаемых свойства внешней среды – распределения вероятностей $\{p_k\}$ и его размерности K.

Моделирование выполнялось для различных сценариев: предполагалось равномерным распределение вероятностей состояний внешней среды различной размерности K - от 5 до 80 - при значениях параметра μ от 3 до 30. Результаты имитационного исследования позволили сделать следующие выводы.

Во-первых, оказалось, что для всех промоделированных сочетаний K (от 5 до 80 с шагом 5) и μ (от 3 до 30 с шагом 3) наименьшее значение средних издержек достигается при $a = 0$; иллюстративные таблицы приведены ниже (см. Табл. 4 - Табл. 7). Содержательную интерпретацию этого результата рассмотрим ниже.

Во-вторых, на основании моделирования были табулированы следующие функции (см. Табл. 8 - Табл. 9):

$C_{опт}(K; \mu)$ – минимальных (по $l_{пор}$ при $a = 0$) средних издержек в зависимости от K и μ;

$l_{опт}(K; \mu)$ – оптимального значения параметра $l_{пор}$ в зависимости от K и μ, при выборе которого достигается минимум издержек $C_{опт}(K; \mu)$.

Из Табл. 8 - Табл. 9 и графиков Рис. 18 и Рис. 19 видно, что при любых фиксированных μ обе функции $C_{опт}(K; \mu)$ и $l_{опт}(K; \mu)$ с хорошим «инженерным» приближением ($R^2 \geq 0{,}99$) могут считаться линейными по K, и в целом могут быть численно аппроксимированы как:

$$\begin{aligned} &C_{опт}\left(K;\,\mu\right) = K\cdot\left(0{,}5\cdot ln\left(\mu\right)+0{,}85\right)-0{,}33\cdot ln\left(\mu\right)+0{,}13,\\ &l_{опт}\left(K;\,\mu\right) = K\cdot\left(0{,}95\cdot ln\left(\mu\right)-0{,}12\right)-0{,}05\cdot\mu+0{,}56. \end{aligned} \tag{48}$$

Выражения (48) могут использоваться для предварительных расчётов и выбора начальных значений параметра $l_{пор}$ при имитационных экспериментах.

Аппроксимации (48) отражают результаты численных экспериментов и вместе с тем характеризуются очень высокой точностью (см. значения R^2 на графиках Рис. 18 и Рис. 19). Такая высокая точность аппроксимаций экспериментальных зависимостей линейными функциями требует теоретического анализа, который проведён в следующем разделе.

3.5. Имитационная модель для «задачи о переходе»

В Табл. 4 - Табл. 7 приведены результаты имитационного исследования критерия (40) с целью определения оптимальных значений параметров $l_{пор}$ и a. В каждой из таблиц представлены значения средних издержек, параметр $l_{пор}$ меняется по столбцам, параметр a - по строкам. Из таблиц видно, что оптимальные значения средних издержек находятся в верхней строке, т.е. при $a = 0$.

Табл. 4. Средние издержки при K = 8; μ = 3 для значений параметров $l_{пор}$ = 6 … 11 *и* a = 0 … $l_{пор}$ – 1

	6	…	9	10	11	…	19	20
0	14,2	…	13,62	13,61	13,66	…	15,5	16,1
1	13,9	…	14,2	14,4	14,6	…	17,6	18,0
2	14,1	…	14,8	15,1	15,4	…	18,7	19,2
…			…	…	…	…	…	…
10					17,1	…	21,8	22,3
11						…	21,9	22,4
12						…	22,0	22,5
…						…	…	…
19								22,8

*Табл. 5. Средние издержки при K = 8; μ = 27 для значений пара*мет*ров* $l_{пор}$ = 20 … 35 и a = 0 … $l_{пор}$ – 1

	20	…	28	29	30	…	35
0	27,79	…	24,36	23,98	24,33	…	24,63
1	25,4	…	24,7	24,9	25,1	…	26,4
2	25,0	…	25,4	25,6	25,9	…	27,5
…	…	…	…	…	…	…	…
19	26,3	…	28,7	29,1	29,5	…	31,7
20			28,8	29,2	29,6	…	31,8
…			…	…	…	…	…
27			28,9	29,3	29,7	…	32,0
28				29,3	29,7	…	32,0
…						…	…
34							32,0

*Табл. 6. Средние издержки при K = 60; μ = 3 для значений пара*мет*ров* $l_{пор}$ *= 55 ... 61 и a = 0 ...* $l_{пор}$ *– 1*

	55	56	57	58	59	60	61
0	83,45	83,42	83,41	83,41	83,42	83,44	83,47
1	87,7	88,0	88,2	88,5	88,8	89,1	89,4
2	93,4	93,8	94,2	94,6	95,0	95,3	95,7
3	98,3	98,8	99,2	99,6	100,1	100,5	101,0

…	…	…	…	…	…	…	…
54	134,7	135,7	136,6	137,6	138,5	139,5	140,4
…					…	…	…
59						139,5	140,5
60							140,5

Табл. 7. Средние издержки при $K = 60$; $\mu = 27$ для значений параметров $l_{пор} = 170 \dots 188$ и $a = 0 \dots l_{пор} - 1$

	170	…	180	181	182	…	187	188
0	149,35	…	148,91	148,87	148,92	…	149,07	149,20
1	151,96	…	154,10	154,35	153,64	…	155,88	156,15
2	157,32	…	160,37	160,69	159,73	…	162,69	163,03
3	157,98	…	165,65	166,01	164,92	…	168,24	168,63
…	…	…	…	…	…	…	…	…
180				225,8	226,4	…		
181					226,4	…		
…						…	…	…
186							229,1	229,6
187								229,6

В Табл. 8 приведены результаты имитационных экспериментов исследования средних издержек для различных значений размерности распределения вероятностей внешней среды и параметра μ, а в Табл. 9 – значения порога $l_{\text{пор}}$, обеспечивающее достижения оптимума издержек. В Табл. 8 и Табл. 9 значения размерности K меняются по строкам, а параметра μ – по столбцам.

Табл. 8. $C_{опт}(K; \mu)$ - минимальные (по $l_{пор}$) средние издержки в зависимости от K и μ (минимум достигается при $l_{пор} = l_{опт}(K; \mu)$, см. Табл. 9)

	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
5	7	8	9	10	10	11	11	11	11	12
10	14	17	19	20	21	22	23	23	24	24
15	21	26	29	31	32	34	35	36	36	37
20	28	34	38	41	43	45	47	48	49	50
25	35	43	48	52	54	57	58	60	61	63

30	42	52	58	62	65	68	70	72	74	76
35	49	61	68	72	76	79	82	84	86	88
40	55	69	77	83	87	91	94	97	99	101
45	62	78	87	93	98	102	106	109	111	114
50	69	87	97	104	109	114	118	121	124	127
55	76	95	106	114	120	125	130	133	136	139
60	83	104	116	125	131	137	141	145	149	152
65	90	113	126	135	142	148	153	158	161	165
70	97	122	136	146	153	160	165	170	174	177
75	104	130	145	156	164	171	177	182	186	190
80	111	139	155	167	175	183	189	194	199	203

Табл. 9. $l_{опт}(K;\mu)$ – оптимального значения параметра $l_{пор}$ в зависимости от K и μ, при выборе которого достигается минимум издержек $C_{опт}(K;\mu)$ (см. Табл. 7)

	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
5	6	8	10	10	12	12	14	14	14	14
10	10	15	19	23	25	25	27	29	29	31
15	14	24	30	34	36	38	42	42	44	46
20	19	31	39	45	49	51	55	57	59	61
25	24	39	48	56	60	64	68	72	74	78
30	29	47	59	67	73	79	83	87	89	93
35	34	55	68	78	84	92	96	100	104	108
40	38	63	77	89	97	105	111	115	119	123
45	43	70	87	100	110	118	124	130	134	140
50	48	78	97	111	121	131	137	145	149	155
55	53	86	107	122	134	144	152	158	164	170
60	58	94	117	133	145	157	165	173	179	187
65	62	102	126	144	158	170	180	188	194	202
70	67	110	136	155	170	183	193	201	209	217
75	72	118	146	166	182	196	206	216	226	232
80	76	125	155	177	195	209	221	231	241	249

На рисунках Рис. 18 и Рис. 19 приведены графики функций средних издержек $C_{опт}(K;\mu)$ и оптимального значения порога $l_{опт}(K;\mu)$ при фиксированных μ в зависимости от K.

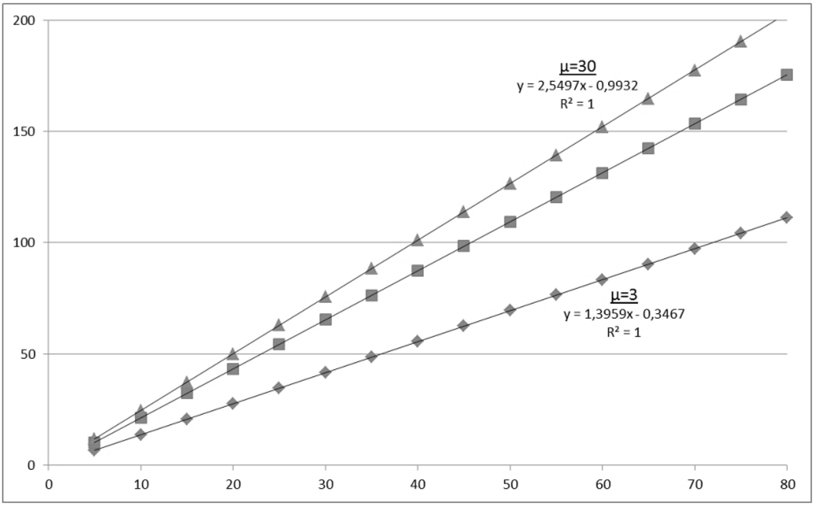

Рис. 18. График зависимости $C_{опт}(K; \mu)$
от размерности K при фиксированных μ

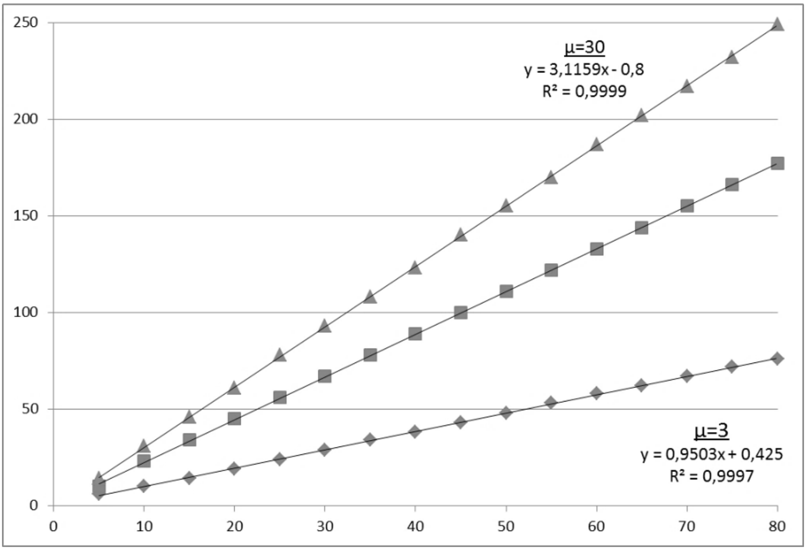

Рис. 19. График зависимости $l_{опт}(K; \mu)$
от размерности K при фиксированных μ

Проанализируем полученные результаты, чтобы качественно объяснить выявленные тренды (48).

Оптимальное значение параметра критерия a =0 означает, что функции правдоподобия $l(t)$ критерия (40) формируется следующим образом:

(49) $$l(t+1)=\begin{cases} l(0)=0 \\ l(t)\text{; при наблюдении нового состояния;} \\ l(t)+1\text{; при наблюдении известного состояния;} \end{cases}$$

Это значит, что в любой момент времени (в том числе и в момент срабатывания критерия - достижения функцией правдоподобия $l(t)$ порога $l_{\text{пор}}$) соблюдается равенство $l(t) = t - (K - k(t))$, где t имеет смысл общего количества наблюдений, а $(K - k(t))$ – количества наблюдений, в которых реализовались не наблюдавшиеся до этого состояния внешней среды. Отсюда непосредственно следует

(50) $t = l(t) + K - k(t)$.

Математическое ожидание величины $(K - k(t))$ равно уровню научения, умноженному на K, то есть $K\,(1 - (1 - 1/K)^t)$, а математическое ожидание $k(t)$ количества нереализованных состояний равно $E[k(t)] = K(1 - 1/K)^t$. Отсюда следует, что среднее время $\bar{t}\left(K;\ \{p_k\};\ a;\ l_{\text{пор}}\right)$ достижения уровня $l_{\text{пор}}$ процессом $l(t)$ и среднее количество $\bar{k}\left(K;\ \{p_k\};\ a;\ l_{\text{пор}}\right)$ состояний внешней среды, не реализовавшихся к моменту достижения процессом $l(t)$ уровня $l_{\text{пор}}$ связаны уравнением:

(51) $$\bar{k}\left(K; l_{\text{пор}}\right)=K\left(1-1/K\right)^{\bar{t}\left(K;\, l_{\text{пор}}\right)}.$$

Здесь и далее обозначаем $\bar{t}\left(K;\ l_{\text{пор}}\right)=\bar{t}\left(K;\ \{p_k\};\ a;\ l_{\text{пор}}\right)$ для рассматриваемого случая $a = 0$.

Для минимизации средних издержек (44) необходимо найти такое значение $l_{\text{пор}}$, для которого

(52) $$\frac{\partial}{\partial l_{пор}}C\left(T;\ a;\ l_{\text{пор}}\right)=\frac{\partial}{\partial l_{пор}}\bar{t}\left(K;\ l_{\text{пор}}\right)+\mu\frac{\partial}{\partial l_{пор}}\bar{k}\left(K;\ l_{\text{пор}}\right)=0$$

Подставим (51) в (52) и найдём из получившегося уравнения (53) значение среднего времени достижения $\bar{t}$ $(K;\ l_{\text{опт}})$, обеспечивающего оптимум средних затрат, а из $\bar{t}$ (K; $l_{опт}$) – необходимое значение оптимального порога $l_{опт}$:

(53) $\left(1+\mu ln\left(1-1/K\right)K\left(1-1/K\right)^{\bar{t}\left(K;\,l_{опт}\right)}\right)\frac{\partial}{\partial l}\bar{t}\left(K;\,l_{опт}\right)=0$

Производная $\frac{\partial}{\partial l}\bar{t}\left(K;\,l\right)$ никогда не обращается в ноль, так как среднее время монотонно растёт по l. Поэтому искомое значение $\bar{t}$ (K; $l_{опт}$) может быть получено приравниванием нулю выражения в скобке в (53):

$$1+\mu ln\left(1-1/K\right)K\left(1-1/K\right)^{\bar{t}\left(K;\,l_{опт}\right)}=0.$$

Решим это уравнение относительно $\bar{t}$ (·), учитывая $ln\left(1-1/K\right)\approx-1/K$, и получим $\bar{t}$ (K; $l_{опт}$), обеспечивающее оптимум средних затрат:

(54) $\bar{t}\left(K;\,l_{опт}\right)\approx K\,ln\left(\mu\right)$

На основании (54) и (55) найдем приближённое выражение, связывающее $\bar{t}$ (K; l), $\bar{k}$ (K; l) и $l_{пор}$.

В (50) перейдём к математическим ожиданиям:

$$E[t] = E[l(t)] + K - E[k(t)].$$

Подставим (51) и получим

$$E\left[t\right]=E\left[l\left(t\right)\right]+K-K\left(1-1/K\right)^{E[t]}.$$

Приравняем $E\left[l\left(\bar{t}\left(K;\,l\right)\right)\right]=l$ и получим

$$\bar{t}\left(K;\,l\right)\approx l+K-K\left(1-1/K\right)^{\bar{t}\left(K;\,l\right)},$$

или в иной форме:

(55) $l\approx\bar{t}\left(K;\,l\right)-K+K\left(1-1/K\right)^{\bar{t}\left(K;\,l\right)}.$

Подставим (54) в (55) и получим окончательно

$$\begin{aligned}
&l_{опт}\approx\bar{t}\left(K;\,l\right)-K+K\left(1-1/K\right)^{\bar{t}\left(K;\,l\right)}=\\
&=K\,ln\left(\mu\right)-K+K\left(1-1/K\right)^{K\,ln\left(\mu\right)}=\\
&=K\,ln\left(\mu\right)-K+Ke^{K\,ln\left(1-1/K\right)ln\left(\mu\right)}\approx\\
&\approx K\,ln\left(\mu\right)-K+Ke^{-ln\left(\mu\right)}=K\,ln\left(\mu\right)-K+K/\mu.
\end{aligned}\tag{56}$$

В итоге получаем приближённое значение оптимального порога

(57) $l_{опт}\approx K\,ln\left(\mu\right)-K+K/\mu.$

В силу линейной связи $\overline{t}$ (K; l), $\overline{k}$ (K; l) и $l_{пор}$, описываемой выражением (50), основной тренд оптимальных средних будет аналогичен:

(58) $C(T; a = 0; l_{опт}) \sim K\,ln(\mu) + K$.

Таким образом, аналитические аппроксимации оптимального порога (57) и средних издержек (58) хорошо объясняют основные тренды результатов имитационных экспериментов (48).

В настоящей главе рассмотрен комплекс задач управления разработкой и освоением новых технологий комплексной деятельности. В рамках задачи об оптимальном научении показано, что равномерное разбиение множества возможных состояний природы является «асимптотически» оптимальным с точки зрения минимизации ожидаемой ошибки и энтропии, а также максимизации ожидаемого значения уровня научения. Для задач распределения ресурса в случае агрегируемых технологических сетей получены простые аналитические алгоритмы оптимального распределения ресурса. Для задачи о выборе стратегии переключения с разработки технологии на ее продуктивное использование получена оценка оптимального момента однократного переключения.

Перспективными направлениями будущих исследований представляется получение аналитических решений задач об оптимальном распределении ресурса для максимально широких классов сетевых технологических структур, а также постановка и решение задач об оптимальном научении для более сложных моделей последнего (в т.ч. учитывающих нестационарность распределений вероятностей возможных состояний природы, их зависимость от накопленного опыта, взаимодействия агентов; возможную зависимость затрат от реализовавшихся значений состояния природы и т.д.).

4. СЛОЖНОСТЬ И ПОГРЕШНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СИНТЕЗА/ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИИ

В настоящей главе на основании результатов [57] рассмотрен метод оценки аналитической сложности и погрешности решения (методом равномерного перебора) задач управления в иерархических организационно-технических системах. Показано, что, во-первых, стремление к уменьшению погрешности приводит к росту сложности; во-вторых, имеет место эффект снижения сложности с увеличением числа уровней управленческой иерархии (при декомпозиции задач управления); в-третьих, погрешность и сложность являются «естественными ограничителями» роста организационных иерархий и использования комплексных механизмов управления, а также стимулируют применение типовых решений.

Организационно-технические системы (ОТС) характеризуются, во-первых, сложной иерархической структурой и разнообразием решаемых на различных уровнях иерархии задач. Поэтому в них зачастую применяются комплексы взаимосвязанных *механизмов управления* – отображений множеств управляемых переменных во множества управляющих переменных (например, в механизмах стимулирования – зависимость размера вознаграждения субъекта от результата его деятельности, в механизмах распределения ресурса – зависимость выделяемого количества ресурса от заявок на него и т.д.) [63, 113]. С этой точки зрения, как отмечалось во введении, механизм управления является технологией, а именно, технологией принятия управленческих решений.

Во-вторых, ОТС включают людей, их группы и коллективы, которые *активны* и преследуют собственные цели, что в соответствующих математических моделях отражается стремлением субъектов максимизировать свои целевые функции - базовым инструментом моделирования принятия решений и управления в организациях являются *иерархические игры* [27, 63].

Известно (см. [27, 30, 32, 52, 61, 118]), что характерные для иерархических игр максиминные принципы оптимальности «неустойчивы» - например, функция аргмаксимума $\arg\max_y f(x, y)$ непрерывной функции $f(\cdot, \cdot)$ не является непрерывной, поэтому использование оракулов первого и второго порядков [53] (использующих информацию соответственно о первых и вторых производных оптимизируемой функции и традиционных для задач выпуклой оптимизации) в подобных задачах в общем случае невозможно, и, как правило, при численной оптимизации используются переборные методы. Приводимые ниже оценки сложности и погрешности являются оценками сверху – в тех случаях, когда (для тех или иных частных случаев) возможно применение градиентных методов оптимизации, сложность и/или погрешность могут быть существенно более низкими.

Возникающие при решении задач управления ОТС, в т.ч. при синтезе или модернизации технологий, наборы взаимосвязанных (в соответствии со структурой системы) оптимизационных задач требуют исследования своей «сложности», которой в теории управления организационными системами [63] почти не уделялось внимания. Поэтому ниже сначала рассматриваются общие подходы к определению и оценке *аналитической сложности* (под которой в соответствии с [53] будем понимать оценку числа обращений к оракулу в худшем случае) и *погрешности* решения задач оптимизации или индивидуального принятия решений и управления одним субъектом (так называемая «базовая модель» - см. раздел 4.1). Затем полученные результаты обобщаются на случай веерной структуры (раздел 4.2), и рассматривается модель роста иерархий (раздел 4.3). В разделах 4.4 и 4.5 в терминах аналитической сложности и погрешности кратко рассматриваются соответственно задачи поиска *типовых решений* и *комплексирования технологий/механизмов*.

4.1. Базовая модель

Рассмотрим элементарную ОТС (ее базовую модель), состоящую из двух активных (обладающих собственными интересами и способных к стратегическому поведению) субъектов деятельности: одного управляющего органа – *центра* - и одного управляемого субъекта – *агента*. Пусть целевая функция центра $F(x, y, \theta, C)$, являющаяся липшицевой (далее будем для определенности использовать l_∞-норму) с константой Липшица L, зависит от скалярных действий центра $x \in [0; 1]$ и агента $y \in [0; 1]$, состояния природы $\theta \in [0; 1]$ и значения параметра $C \in [0; 1]$; а целевая функция агента $f(x, y)$, являющаяся липшицевой с константой l, зависит от действий центра и агента.

Отметим, что из липшицевости функции следует ее равномерная непрерывность и, следовательно, непрерывность на всей области определения, а из последней следует непрерывность функций максимума и минимума (см., например, теорему 1.1.4 в [53]), которые также будут липшицевы.

Предположим, что центр и агент разыгрывают *иерархическую игру* Γ_2 с побочными платежами (напомним, что игрой Γ_2 называется игра с фиксированной последовательностью ходов, в которой выбором игрока, делающего первый ход (центра), является функция от действий игрока, делающего второй ход (агента) [27]), тогда их целевые функции имеют вид $F(x, y, \theta, C) - u(y)$ и $f(x, y) + u(y)$, где платеж $u(\cdot)$ может интерпретироваться как *стимулирование* агента центром.

Обозначим через $[0; 1]|_h$ множество точек равномерной сетки с шагом $h \ll 1$ на единичном отрезке. Тогда, если функция $f(\cdot, \cdot)$ задана таблично с равномерными сетками с шагами H и h по первому и второму аргументу соответственно (оракул нулевого порядка – см. определения в [53], т.е. будем рассматривать только *метод равномерного перебора*), то *аналитическая сложность* W_0 вычисления наилучшего ответа (BR – Best Response) агента на действие x центра (т.е. – модель принятия решения агентом)

(1) $BR(x) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in [0;1]|_h} f(x, y)$

будет иметь порядок $\frac{1}{h}$, т.е. $W_0 \sim \Theta(\frac{1}{h})$, и позволит найти максимальное значение целевой функции агента с *погрешностью/точностью* $\Delta_0 \approx \frac{l\,h}{2}$ (см. общие результаты в [53]). В случае, когда целевые функции известны неточно, могут быть использованы методы, описанные в [61, 118], или методы интервальной оптимизации [38, 100], если неточно известны коэффициенты целевой функции.

Отметим, что (см. соответствующие оценки ниже):

1) при последовательной оптимизации (например, нахождение суммы максимумов/минимумов) соответствующие сложности, как и погрешности, складываются;

2) при последовательном («вложенном») вычислении максимумов/минимумов некоторой функции соответствующие сложности перемножаются.

В [62, 63] показано, что следующий минимальный платеж со стороны центра

(2) $u(x, z, y) = \begin{cases} \max\limits_{w \in [0;\,1]} f(x, w) - f(x, z) + \varepsilon,\ y = z, \\ 0,\ y \neq z, \end{cases}$

где $\varepsilon > 0$ – сколь угодно малая константа, побуждает агента выбрать действие $y = z$ как единственную точку максимума его целевой функции и ε-оптимален для центра. Этот факт позволяет свести рассматриваемую игру к игре Γ_1 (напомним, что игрой Γ_1 называется игра с фиксированной последовательностью ходов, в которой выбор игрока, делающего первый ход, не зависит в явном виде от действий игрока, делающего второй ход [27]). Отметим, что выбор в выражении (2) $\varepsilon = l\,h / 2$ компенсирует незнание значений целевой функции вне узлов сетки; наличие дополнительной информации, например, о монотонности $f(x, y)$ по y, позволяет выбирать любые $\varepsilon > 0$.

Следует признать, что, воспользовавшись структурой оптимального решения (2) игры Γ_2 с побочными платежами [27], мы «проскочили» этап поиска оптимальной функции $u(\cdot)$, а этот этап сам по себе характеризуется больш*и*ми вычислительными затратами [27, 73]. Более того, если бы имелось несколько агентов, разыгрывающих при заданном выборе центра игру в нормальной форме, то поиск соответствующего равновесия Нэша являлся бы в общем случае NP-трудной задачей [93, 112] и отдельную проблему представлял бы поиск полиномиальных алгоритмов аппроксимации равновесия Нэша (и оценка зависимости точности аппроксимации от числа агентов) – см., например, ссылки в [92].

Предположим, что функция $F(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$ задана таблично по равномерной сетке с шагами соответственно H, h, p и q. С учетом (2) вычисление гарантированного значения целевой функции центра

(3) $G(C) = \max\limits_{(x,\, z) \in [0;1]|_H \times [0;1]|_h} [\min\limits_{\theta \in [0;1]|_p} F(x,z,\theta,C) + f(x,z) - \max\limits_{y \in [0;1]|_h} f(x, y) - \varepsilon]$

будет иметь аналитическую сложность $W_1 \sim \Theta\left(\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{h}\right)\frac{1}{h}\frac{1}{H}\right)$ и при $\varepsilon = l\,h / 2$ позволит получить значение величины (3) с погрешностью

$$\Delta_1 \approx \frac{L \max\{h, H, p\} + l\,(h + 2\max\{h, H\})}{2}.$$

Структура данных выражений позволяет рекомендовать выбирать шаг сетки $p = \max\,\{h, H\}$, что и предполагается ниже.

В случае последовательных вычислений аналитическая сложность может также использоваться как грубая оценка объема необходимой компьютерной памяти: например, при фиксированном значении C вычисление правой части выражения (3) имеет сложность W_1, но так как необходимо получить зависимость $G(C)$ на сетке $[0; 1]|_q$ по параметру C, то сложность этой операции составит W_1 / q.

Рассмотрим следующую задачу: минимизировать выбором шагов сетки h и H погрешность Δ_1 при ограничении T (например, *ограничение «реального времени»* (действительно, если известно время τ одного обращения к оракулу, то общее «время вычислений» составит $t = W\,\tau$), или *ограниченность когнитивных возможностей* лица, принимающего решения) на сложность W_1:

(4) $(L + 2l) \max\{h, H\} + l\,h \to \min\limits_{h,\,H}$,

(5) $\left(\dfrac{1}{\max\{h, H\}} + \dfrac{1}{h}\right)\dfrac{1}{h}\dfrac{1}{H} \le T.$

Будем для простоты рассматривать частный случай $h = H$. Из структуры задачи (4)-(5) следует, что оптимальное решение обращает (5) в равенство, т.е.

(6) $h = H = \sqrt[3]{\dfrac{2}{T}}$.

Например, при $l = L = 1$ и $T = 10^4$ получаем из (6), что $h = H \sim 0{,}05$, при этом $\Delta_1 \approx 0{,}1$.

Имеет смысл сравнивать величину погрешности с максимальной вариацией целевой функции на области ее определения (а эта вариация определяется соответствующей константой Липшица). Например, величина $\delta_1 = \Delta_1 / L$ может условно рассматриваться как *относительная погрешность*.

Отметим, что, зная зависимость сложности и погрешности от шагов сетки, можно ставить и решать не только задачу (4)-(5) минимизации погрешности при ограничениях на сложность, но и задачу минимизации сложности при ограничениях на погрешность и т.д.

В дальнейшем будем считать, что в базовой модели $p = h = H = \sqrt[3]{\dfrac{2}{T}}$, $W_1 \sim \Theta(\dfrac{2}{h^3})$ и $\Delta_1 \approx (L + 3l)\,h / 2$. При этом $\delta_1 \sim (1 + 3\,l / L)\,h / 2$, т.е. относительная погрешность нахождения максимального значения целевой функции центра пропорциональна шагу используемой сетки.

Качественный вывод из результатов рассмотрения модели настоящего раздела заключается в том, что в иерархических организационных (активных) системах аналитическая сложность (и требование скорости вычислений) и погрешность удовлетворяют условному «*принципу неопределенности*»: стремление к уменьшению погрешности приводит к росту сложности и, наоборот, снижение сложности приводит к росту погрешности.

4.2. Иерархические структуры

Рассмотрим ОТС, имеющую верную структуру, т.е. состоящую из одного центра с целевой функцией $\sum_{i=1}^{n} F_i(x_i, y_i, \theta_i, C_i)$, где функции $F_i(\cdot)$ L-липшицевы, и $n \geq 2$ невзаимодействующих друг с другом агентов, которых будем нумеровать индексом $i = \overline{1,n}$ (так называемая система со слабо связанными агентами [63]). Так как агенты независимы, центр может для каждого из них использовать независимый от других агентов побочный платеж вида (2) и, воспользовавшись выражением (3), найти соответствующие слагаемые $\{G_i(C_i)\}_{i = \overline{1,n}}$.

При фиксированных $\{C_i\}_{i = \overline{1,n}}$ последовательное вычисление в соответствии с выражением (3) значений величин $\{G_i(C_i)\}_{i = \overline{1,n}}$ будет иметь аналитическую сложность порядка $\Theta\left(\frac{2n}{h^3}\right)$, а с учетом запоминания зависимостей от $\{C_i\}_{i = \overline{1,n}}$ - $\Theta\left(\frac{2n}{qh^3}\right)$. Вычисление максимального суммарного выигрыша центра в *задаче стимулирования n независимых агентов*

(7) $G_\Sigma(C_1, \ldots, C_n) = \sum_{i=1}^{n} G_i(C_i)$

будет характеризоваться погрешностью $\Delta_n \approx (L + 3l)\, n\, h / 2 + \frac{nqL}{2}$ (второе слагаемое соответствует решению методом равномерного перебора задачи (9)), т.е.

(8) $\delta_n \sim (1 + 3\, l / L)\, n\, h / 2 + n\, q / 2$.

Рассмотрим задачу оптимизации $G_\Sigma(C_1, \ldots, C_n)$, например, выбором $\{C_i \geq 0\}$ на симплексе $\sum_{i=1}^{n} C_i = c$ (содержательная интерпретация – *распределение центром между агентами ресурса c* на стимулирование; для простоты в оценках (9), (13) и др. будем считать, что $c = 1$):

(9) $g(c) = \max\limits_{\{C_i \geq 0\}: \sum_{i=1}^{n} C_i = c} \sum_{i=1}^{n} G_i(C_i)$.

В силу аддитивности целевой функции и зависимости каждого из слагаемых только от соответствующей переменной, для решения задачи (9) можно воспользоваться методом динамического программирования, который имеет сложность порядка $\Theta\left(\frac{n}{q^2}\right)$. Следовательно, для веерной структуры аналитическая сложность всей иерархии оптимизационных задач ((1), (3), (9)) будет иметь порядок $\Theta\left(\frac{2n}{qh^3} + \frac{n}{q^2}\right)$. Однако, как отмечалось выше, в настоящей работе рассматривается только метод равномерного перебора как наиболее универсальный и не использующий свойств экстремизируемых функций. Оценка его сложности для задачи (9) - $\Theta(\frac{1}{q^n})$) поэтому в условиях необходимости вычисления максимумов (3) для каждой комбинации значений $\{C_i\}_{i=\overline{1,n}}$ оценка сверху сложности всей иерархии оптимизационных задач ((1), (3), (9)) будет иметь порядок

(10) $W_n \sim \Theta\left(\frac{2n}{h^3}\frac{1}{q^n}\right)$.

Из (8) следует ряд простых качественных результатов: с ростом числа агентов в системе для сохранения неизменной погрешности определения оптимального значения целевой функции центра необходимо пропорционально уменьшать шаг сетки (что, с другой стороны, приведет к степенному росту сложности).

Как это обычно имеет место в задачах многомерной оптимизации, минимизация погрешности Δ_n (или/и δ_n) эквивалентна минимизации шага сетки h (зависимость от него линейна), однако уменьшение последнего приводит к быстрому (степенному) росту сложности: пусть в рамках используемого иллюстративного числового примера ($l = L = 1$) используются оптимальные в базовой модели шаги сетки: $h = H \sim 0{,}05$. Тогда в системе с пятью, например, агентами и $q \sim 0{,}05$ относительная погрешность в соответствии с выражением (8) составит около 62 %, а сложность (10) составит $\sim 2 \times 10^5$.

Таким образом, с одной стороны, погрешность и сложность являются «источниками» и «естественными ограничителями роста» организационных иерархий, стимулируют применение типовых решений (см. раздел 4.3) и ставят существенные барьеры на пути стремления к «добросовестной оптимизации» технологий деятельности всей организации в целом – сверху донизу (см. раздел 4.4).

Выше рассматривалась решаемая центром задача (9) распределения ресурса в веерной (двухуровневой) иерархии и были получены оценки (8) и (10) относительной погрешности и сложности соответственно. Возникает вопрос, каковы будут погрешность и сложность в случае, когда центр «строит» трехуровневую иерархию, т.е. разбивает то же множество из n невзаимодействующих агентов, например, на две группы (размером n_1 и n_2, $n_1 + n_2 = n$), решает для каждой группы задачу типа (9), а затем ищет оптимальное распределение ресурса между двумя группами?

Обозначим через

(11) $$g_j(c_j) = \max_{\{C_i \geq 0\}: \sum_{i=1}^{n_j} C_i = c_j} \sum_{i=1}^{n_j} G_i(C_i),\ j = 1, 2.$$

Тогда на верхнем уровне иерархии центр будет решать задачу

(12) $$g_1(c_1) + g_2(c_2) \to \max_{c_1 \geq 0,\, c_2 \geq 0,\, c_1 + c_2 \leq c}.$$

По аналогии с (8) и (10) получаем оценки погрешности и сложности

(13) $$\delta_{n_1+n_2} = (1 + 3\, l / L)\, n_1\, h / 2 + n_1\, q / 2 + (1 + 3\, l / L)\, n_2\, h / 2 + n_2\, q / 2 + q / 2 = \delta_n + q / 2.$$

(14) $$W_{n_1+n_2} \sim \Theta\left(\frac{2n_1}{h^3}\frac{1}{q^{n_1}} + \frac{2n_2}{h^3}\frac{1}{q^{n_2}}\right)\frac{1}{q}.$$

Из (13) следует, что, независимо от того, как агенты разбиты на группы, переход от двухуровневой к трехуровневой иерархии приводит к увеличению относительной погрешности на $q / 2$.

Легко видеть, что, например, при $n > 2$ и $n_1 = n_2 = n / 2$ имеет место $W_{n_1+n_2} < W_n$, то есть разбиение агентов на две группы равной численности приводит к снижению сложности.

Можно сформулировать задачу в общем виде: на какие по размеру две части (еще более общая задача – каково оптимальное число частей) следует разбивать множество агентов, чтобы минимизировать сложность (14). Обозначим через m размер (число агентов в) первой части, тогда во второй их будет $n – m$. Получим (в непрерывном приближении) следующий «бинарный» (заключающийся в разбиении множества агентов на две части) вариант *задачи синтеза структуры*:

(15) $$\left(\frac{m}{q^m}+\frac{n-m}{q^{n-m}}\right)\to\min_{m\in[0;n]}.$$

Данный вариант является простейшим, так как при заданном множестве агентов в общем случае можно искать многоуровневую структуру (не обязательно древовидную), обладающую требуемыми свойствами – см. обзоры и общие результаты в [31, 51]. Также напрашиваются определенные аналогии рассматриваемой проблематики с методом дихотомического программирования [20] в задачах дискретной оптимизации.

Решением задачи (15) является $m = n / 2$, т.е. с точки зрения минимизации аналитической сложности оптимальным является разбиение агентов на группы равного размера, что приводит к относительному (по сравнению с веерной структурой) снижению сложности порядка $q^{n/2}$.

Следовательно, в рассматриваемой модели при фиксированном наборе агентов увеличение числа уровней управленческой иерархии снижает сложность.

Таким образом, снижение сложности при незначительном росте погрешности является одним из факторов, приводящих к возникновению и росту организационных иерархий. Однако следует помнить, что данный фактор является далеко не единственным существенным для выбора рациональной организационной структуры – см. обзоры в [31, 51, 64].

Рассматривая суммарное количество ресурса c как переменную величину, можно ставить и решать задачу *поиска оптимального количества ресурса* (максимизирующего, например, «прибыль» - разность между суммарным выигрышем и суммарным количеством используемого ресурса):

(16) $g(c) - c \to \max_{c \in [0; c_{\max}]}$.

При заданной функции $g(\cdot)$ задача (16), решаемая с шагом сетки h, будет иметь аналитическую сложность $W_c \sim \Theta\left(\frac{c_{\max}}{h}\right)$.

4.3. Типовые решения

Изложенная выше идея поиска рационального баланса между погрешностью и сложностью имеет (помимо рассмотренных выше задач управления в иерархических ОТС) еще целый ряд важных приложений. Рассмотрим два из них – поиск типовых решений (см. настоящий раздел) и комплексирование механизмов управления (см. раздел 4.4).

Проанализируем, временно «забыв» про иерархические игры, задачу принятия решений (выбора действия, максимизирующего соответствующую целевую функцию) агентом. Как отмечалось выше, поиск наилучшего ответа (1) агента на фиксированное действие $x \in [0; 1]$ центра имеет сложность $W_0 \sim \Theta(\frac{1}{h})$ и погрешность $\Delta_0 \approx \frac{l\,h}{2}$.

В теории игр и теории принятия решений широко используется понятие *стратегии* игрока или лица, принимающего решения (ЛПР), определяемой как отображение множества возможных *обстановок принятия решений* (включающего историю игры, реализации значений неопределенных параметров, обстановку игры для данного субъекта и т.п.) во множество его допустимых действий. В рассматриваемом случае стратегией агента является отображение BR: $[0;1] \to [0;1]$, ставящее в соответствие действию центра (обстановке принятия решений для агента) множество действий агента, максимизирующих целевую функцию последнего.

Для простоты можно предположить, что целевые функции таковы, что наилучший ответ агента единственен, т.е. BR: $[0;1] \to [0;1]$. Если $x \in [0;\, 1]|_H$, то для каждого из $1 / H$ значений действия центра необходимо найти действие агента, доставляющее максимум его целевой функции. Результатом будет $(1 + [1 / H])$-мерный вектор y^*, который назовем условно *полным решением* задачи принятия решений агентом; его нахождение будет характеризоваться сложностью $W^* \sim \Theta(\frac{1}{h\,H})$, а погрешность равна Δ_0.

Обозначим через $\{Q_i\}, i = \overline{1,k}$ разбиение единичного отрезка на k связных множеств. Пусть y_i' - решение задачи

(17) $\min\limits_{x \in Q_i|_{H'}} f(x, y) \to \max\limits_{y \in [0;1]|_{h'}}, \; i = \overline{1,k}$.

Результат решения задачи (17) - k-мерный вектор y' - назовем *типовым решением*. Идея использования типовых решений (см. также унифицированные решения задач управления оргсистемами в [63]) заключается в следующем [25]: вместо полного множества обстановок принятия решений (в рассматриваемом случае – единичного отрезка) используются k типовых ситуаций, в которых агенту предписывается принимать соответствующие типовые решения.
Т.е. агент, принимая решения, должен «диагностировать» обстановку – какому из множеств $\{Q_i\}\; i = \overline{1,k}$ принадлежит x (будем считать, что эта задача решается агентом безошибочно; сложность этой процедуры – применения типового решения: $\sim \Theta(k)$), а затем выбрать в качестве своего действия соответствующую компоненту вектора y'. Если $k \ll \frac{1}{h\,H}$, то сложность применения типового решения намного ниже сложности полного решения задачи принятия решений.

Погрешность типового решения (см. выражение (17)) $\Delta' \approx \frac{l}{2} \max\{h', H'\}$, а сложность его нахождения при заданном разбиении $\{Q_i\}, i = \overline{1,k}$ равна $W' \sim \Theta(\frac{k}{h'\,H'})$.

Однако характеристикой типового решения должна выступать не его погрешность, а «*цена стандартизации*» - потери (измеряемые в значениях целевой функции) от использования типового решения вместо полного [25, 61]:

$$(18)\ \Delta''(\{Q_i\}, i=\overline{1,k}) = \max_{i=\overline{1,k}} \max_{x \in Q_i} [\max_{y \in [0;1]} f(x,y) - f(x, y_i')] \approx$$

$$\approx l \max_{i=\overline{1,k}} \operatorname{diam} Q_i .$$

Пусть в рамках рассматриваемого условного примера (при $l = 1$ и $h = H = h' = H' \sim 0{,}05$) $k = 5$, и разбиение производится на равные отрезки, тогда получаем: $\Delta_0 \approx 0{,}025$, $W^* \sim 10^5$, $W' \sim 10^6$, $\Delta'' \sim 0{,}2$.

Отметим, что все предыдущие рассуждения проводились в рамках предположения, что разбиение $\{Q_i\}, i=\overline{1,k}$ задано. Однако, в целом, задача построения типовых решений заключается в нахождении, во-первых, оптимального (с учетом когнитивных и других возможностей ЛПР) числа k типовых ситуаций, а, во-вторых, в построении оптимального (минимизирующего цену стандартизации (18) разбиения. Аналитическая сложность последней задачи может быть очень высока, особенно в случае многомерных множеств допустимых действий и обстановок принятия решений.

Таким образом, использование типовых решений оправданно, если они ищутся один раз, а применяются многократно.

4.4. Комплексирование технологий

В [22, 113] рассматривалась проблема комплексирования механизмов управления в ОТС, т.е. построения так называемых *комплексных механизмов,* включающих в себя один или несколько элементарных или других комплексных механизмов. Выделялись случаи *параллельного комплексирования* (когда происходит одновременное независимое использование нескольких механизмов) и *последовательного комплексирования* (когда «выход» одного механизма является «входом» для другого).

Все рассматриваемые выше в разделах 4.1-4.3 задачи синтеза механизмов/технологий управления взаимосвязаны между собой (см. таблицу). Действительно, начав с задачи принятия решений агентом, перешли к задаче стимулирования сначала одного, а затем и нескольких независимых агентов. Полученные результаты позволили затем последовательно сформулировать задачу распределения ресурса, задачу синтеза структуры и задачу поиска оптимального количества ресурса. Произведенная последовательность действий есть не что иное, как комплексирование соответствующих механизмов управления.

В Табл. 10 приведена сводка результатов, характеризующих порядки погрешности и аналитической сложности для различных комплексных механизмов (все шаги сеток для простоты считаются равными одной и той же величине h).

Табл. 10. Взаимосвязь между задачами синтеза/оптимизации технологии

№ п.п.	**Задача синтеза технологии (механизма управления)**	**Тип комплексирования** [22]	**Порядок погрешности**	**Порядок «кумулятивной сложности»**
1	Принятие решения агентом (1)	-	$\frac{l\,h}{2}$	$\frac{1}{h}$
2	Стимулирование агента (2)-(3)	Последовательное	$(L+3l)\,h\,/\,2$	$\frac{2}{h^3}$
3	Стимулирование n независимых агентов (7)	Параллельное	$(L+3l)\,n\,h\,/\,2$	$\frac{2n}{h^3}$
4	Распределение ресурса (9)	Последовательное	$(2L+3l)\,n\,h\,/\,2$	$\frac{2n}{h^{n+3}}$
5	Задача синтеза бинарной структуры (12), (15)	Последовательное	$((2L+3l)\,n+L)\,h\,/\,2$	$\frac{2n}{h^{n/2+3}}$
6	Поиск оптимального количества ресурса (16)	Последовательное	$((2L+3l)\,n+2L)\,h\,/\,2$	$\frac{2n}{h^{n/2+4}}$

Из Табл. 10 следует, что и погрешность, и, особенно, сложность быстро растут с увеличением количества комплексируемых механизмов, прежде всего при переходе к оптимизации в многоэлементных системах, и даже при не очень большом числе агентов превосходят все разумные пределы. Следовательно, погрешность и сложность являются «ограничителями» попыток централизованного решения задачи комплексирования сложных механизмов управления. Выходом является использование методов децентрализации и/или типовых решений и/или эвристических процедур. Каждый из этих способов, естественно, приводит к снижению эффективности управления, и это снижение должно балансироваться с возможными погрешностями нахождения оптимума критерия эффективности при допустимых значениях сложности.

Таким образом, в настоящей главе рассмотрен метод оценки аналитической сложности и погрешности численного решения задач управления в иерархических ОТС. Возможные обобщения полученных результатов на случаи:

- неравномерных сеток на выпуклых компактных допустимых множествах;
- многомерных действий участников системы;
- допустимых множеств, отличных от единичных отрезков;
- взаимодействующих между собой агентов (с учетом теорем о децентрализации игры агентов [62, 63]);
- сетевой (недревовидной) структуры системы (с учетом описанной в [62] взаимосвязи порядка функционирования и уровней иерархии)

представляются достаточно простыми и не вызывающими принципиальных трудностей.

Вывод о том, что стремление к уменьшению погрешности приводит к росту сложности и, наоборот, снижение сложности приводит к росту погрешности, вполне привычен. А вот эффект снижения сложности с увеличением числа уровней управленческой иерархии представляется несколько неожиданным.

Рассматриваемая проблематика может быть условно отнесена к классу проблем C^3 (control, computing, communication) – совместного решения задач управления, вычислений и связи (см. обзоры в [2, 117]). Действительно, учет в явном виде «вычислительной» сложности и структуры системы, наряду с требованиями реального времени, когнитивными и другими возможностями лица, принимающего решения, позволяет единообразно сравнивать механизмы управления (в том числе комплексные) по этим показателям, оптимизировать погрешность при ограничениях на сложность и т.д.

Показано, что погрешность и сложность являются «естественными ограничителями роста» организационных иерархий и комплексных механизмов управления, а также стимулируют применение типовых решений и децентрализованных подходов (например, развиваемых в рамках мультиагентных систем и распределенной оптимизации [87, 122, 124, 127], а также алгоритмической теории игр [82, 112,]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлен комплекс моделей разработки, освоения, применения и модернизации технологий комплексной деятельности.

Несмотря на то, что, как отмечалось во введении, рассмотрение велось на «деятельностном» уровне, полученные результаты могут эффективно использоваться и на других уровнях моделирования технологий. Так, например, подавляющее большинство моделей диффузии инноваций постулирует логистическую (S-образную) или «колоколообразную» динамику уровня распространенности технологии, в то время как и та и другая кривые являются следствием соответствующих предположений более низкого уровня (см. главу 2). Или, например, результаты рассмотрения моделей оптимизации технологий (в т.ч. в рамках технологических сетей) могут использоваться на «предметном» уровне для модернизации конкретных технологий. И т.д.

Следует отметить, что многие приведенные результаты имеют более широкую область применимости, причем как с точки зрения формальных моделей, так и с точки зрения содержательных интерпретаций.

Во-первых, модели научения, как уже отмечалось выше, исторически имеют гораздо более широкую область использования, чем лишь освоение технологий. Тот факт, что во второй главе удалось построить достаточно простую общую модель научения, для которой хрестоматийные кривые научения (экспоненциальные, гиперболические, логистические и др.) являются прозрачно интерпретируемыми частными случаями, представляется обладающим большим гносеологическим потенциалом в образовательных, психологических и других исследованиях.

Во-вторых, «техника» и результаты решения задач управления третьей главы могут применяться и для других управляемых вероятностных процессов. А неожиданные результаты о том, что начальное равномерное распределение вероятностей состояний системы минимизирует ее «асимптотическую» энтропию требуют дальнейшего осмысления и развития.

В-третьих, результаты об аналитической сложности и погрешности решения определенных классов оптимизационных задач (см. четвертую главу), несомненно, применимы не только при решении задач синтеза и модернизации технологий, но и в гораздо более широком круге задач управления иерархическими организационно-техническими системами. Кроме того, достаточно неожиданным представляется выявленный в четвертой главе эффект возможного снижения сложности с увеличением числа уровней управленческой иерархии.

В качестве перспективных направлений исследований, помимо дальнейшего теоретического развития вышеперечисленных классов моделей, представляется наработка в рамках единого общего предложенного подхода (см. вторую главу) типовых «технологических решений», учитывающих ту или иную отраслевую специфику и конкретику. И уж совсем заманчивыми выглядят возможные попытки формализации творческих составляющих в разработке новых технологий.

ЛИТЕРАТУРА

1 Александровская Л.Н., Круглов В.И., Кузнецов А.Г., Шолом А.М. Теоретические основы испытаний и экспериментальная отработка сложных технических систем. Учебное пособие. - М: Логос. 2003. – 735 с.

2 Андриевский Б.Р., Матвеев А.С., Фрадков А.Л. Управление и оценивание при информационных ограничениях: к единой теории управления, вычислений и связи // АиТ. 2010. № 4. С. 34 – 99; Autom. Remote Control. 2010. Vol. 71. N 4. P. 572 – 633.

3 Антомонов Ю.Г. Моделирование биологических систем. Справочник. - Киев: Наукова думка, 1977. – 259 с.

4 Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротерс Э. Введение в математическую теорию обучения. - М.: Мир, 1969. – 468 с.

5 Балаян Г.Г., Жарикова Г.Г., Комков Н.И. Информационно-логические модели научных исследований. – М.: Наука, 1978. – 344 с.

6 Барский А.Б. Логические нейронные сети. – М.: Интуит, 2016. – 493 с.

7 Бейзер Б. Тестирование черного ящика. Технологии функционального тестирования программного обеспечения и систем - СПБ. Питер. 2004. - 318 с.

8 Белов М.В. Организация современной производственной программы и управление ею: состояние и тенденции развития // Управление проектами и программами. 2015. № 2. С. 86 – 99.

9 Белов М.В. Проблемы управления жизненными циклами организационно-технических систем // Управление большими системами. 2018. (в печати)

10 Белов М.В. Системно-инженерные и экономические аспекты управления жизненным циклом // Управление большими системами. 2015. № 56. 2015. С. 6 - 65.

11 Белов М.В., Новиков Д.А. Методология комплексной деятельности. – М.: Ленанд, 2018. – 320 с.

12 Белов М.В., Новиков Д.А. Модели разработки и освоения технологии комплексной деятельности // Управление большими системами. 2018. (в печати).

13 Белов М.В., Новиков Д.А. Модели управления технологией комплексной деятельности // Управление большими системами. 2018 (в печати).

14 Белов М.В., Новиков Д.А. Организация и управление комплексной деятельностью // Проблемы теории и практики управления. 2018. №2. С. 21 – 37.

15 Белов М.В., Новиков Д.А. Проблемы управления технологией комплексной деятельности организационно-технических систем // Проблемы теории и практики управления. 2018. № 7. С. 118 – 133.

16 Белов М.В., Новиков Д.А. Сетевые активные системы: задачи планирования и стимулирования // Проблемы управления. 2018. № 1. С. 47 - 57.

17 Бондаренко И.Б., Иванов А.И. Организационная модель многоагентной системы извлечения знаний из распределенных гетерогенных баз данных систем автоматизированного проектирования // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2015. № 4 (36). С. 54–63.

18 Бреер В.В., Мирзоян Г.Л., Новиков Д.А. Инновационная олигополия Курно // Проблемы управления. 2015. № 5. С. 45 – 57.

19 Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. – Тбилиси: ВЦ АН ГССР, 1974. – 232 с.

20 Бурков В.Н., Буркова И.В., Попок М.В. Метод дихотомического программирования // Управление большими системами. 2004. № 9. С. 57 – 75.

21 Бурков В.Н., Буркова И.В., Уандыков Б.К. Задачи оперативного управления проектами // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. 2015. Т. 15. № 4. С. 129 - 137.

22 Бурков В.Н., Коргин Н.А. Новиков Д.А. Проблемы комплексирования и декомпозиции механизмов управления организационно-техническими системами // Проблемы управления. 2016. № 5. С. 14 – 23.

23 Буш Р., Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1962. – 483 с.

24 Вальчук А.С. Разработка математической модели автоматического извлечения знаний для гибридной вопросно-ответной системы // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2017. № 2(18). С. 76 - 80.

25 Васильев Д.К., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А., Цветков А.В. Типовые решения в управлении проектами. - М.: ИПУ РАН, 2003. – 75 с.

26 Воробьёв А. «Boeing 787 сделан практически навсегда». Интервью с С.В. Кравченко. // Ведомости. 11 января 2016. С. 8.

27 Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными ми. - М.: Наука, 1976. – 327 с.

28 Глазьев С.Ю. Теория долгосрочного технико-экономического развития. - М.: ВлаДар, 1993. – 310 с.

29 Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. – Воронеж: Научная книга, 2010. – 284 с.

30 Горелов М.А. Максимальный гарантированный результат в иерархических играх // Управление большими системами. 2017. № 67. С. 4 - 31.

31 Губко М.В. Математические модели оптимизации иерархических структур. - М.: Ленанд, 2006. – 264 с.

32 Давыдов Э.Г. Исследование операций. - М.: Высшая школа, 1990. – 382 с.

33 Дроздов В.И., Бойцова Е.А., Новиков Ю.М. Исследование качества тестов с использованием модели Раша. https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-kachestva-testov-s-ispolzovaniem-modeli-rasha просмотрено 23-01-2018

34 Дьячук П.П. Динамические компьютерные системы управления и диагностики процесса обучения: монография. – Красноярск: РИО КГПУ, 2005. – 344 с.

35 Иванов В.В., Малинецкий Г.Г., Сиренко С.Н. (ред.). Контуры цифровой реальности: гуманитарно-технологическая революция и выбор будущего. – М.: УРСС, 2018. - 344 с.

36 Иващенко А.А., Нижегородцев Р.М., Новиков Д.А. Инновационная и инвестиционная политика: модель смены технологий // Проблемы управления. 2005. № 5. С. 55 – 57.

37 Иващенко А.А., Новиков Д.А. Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы. – М.: КомКнига, 2006. – 332 с.

38 Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. - Новосибирск: Наука, 1986. – 222 с.

39 Клочков В.В. Управление инновационным развитием наукоемкой промышленности: модели и решения. М.: ИПУ РАН, 2010. – 168 с.

40 Коварцев А.Н., Попова-Коварцева Д.А., Серповская Е.Е. Тестирование математических моделей вычислительных алгоритмов

на основе метода глобальной оптимизации / Сборник трудов конференции «Информационные технологии и нанотехнологии». - Самара, 29 июня-01 июля 2015 г. С. 191 - 196.

41 Кондратьев В.В. Организационный дизайн. - М.: ИНФРА-М, 2010. – 256 с.

42 Кондратьев В.В. Учебный курс МФТИ «Организация и управление технически сложными бизнес-системами» https://mipt.ru/cdpo/cybernetics/.

43 Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. Законы истории. Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура. - М.: УРСС, 2007. - 224 с.

44 Кочура С.Г., Кузнецов Н.А., Носенков А. А. О математическом моделировании электрических испытаний космических аппаратов связи // Изв. Вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54, № 4, С. 43 - 47.

45 Краткий психологический словарь. - М.: ИПЛ, 1985. – 201 с.

46 Магницкий Н.А. Использование бинарной нейронной сети для обнаружения атак на ресурсы распределенных информационных систем // Динамика неоднородных систем, 2008. № 1. С. 200 – 205.

47 Магницкий Н.А. Некоторые новые подходы к построению и обучению искусственных нейронных сетей / Нелинейная динамика и управление. - М.: Физматлит, 2001. С.138 – 149.

48 Майер Р.В. Кибернетическая педагогика: Имитационное моделирование процесса обучения. - Глазов: Глазов. гос. пед. ин-т, 2014. - 141 с.

49 Математические основы управления проектами / ред. В.Н. Бурков. – М.: Высшая школа, 2005. – 423 с.

50 Методологические основы и регламенты управления исследованиями и разработками в высокотехнологичных отраслях промышленности / Под. ред. Б.С. Алешина, А.В. Дутова. – М.: НИЦ им. Жуковского, 2017. – 159 с.

51 Мишин С.П. Оптимальные иерархии управления в социально-экономических системах. - М.: ПМСОФТ, 2004. – 190 с.

52 Молодцов Д.А. Устойчивость принципов сти. - М.: Наука, 1987. – 280 с.

53 Нестеров Ю.Е. Методы выпуклой оптимизации. М.: МЦНМО, 2010. – 281 с.

54 Нижегородцев Р.М. Экономика инноваций. - М.: Русайнс, 2016. – 154 с.

55 Новиков А.М. Процесс и методы формирования трудовых умений. – М.: Высшая школа, 1986. – 288 с.

56 Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология. – М.: Синтег, 2007. – 668 с.

57 Новиков Д.А. Аналитическая сложность и погрешность решения задач управления организационно-техническими системами // Автоматика и телемеханика. 2018. № 5. С. 107 – 118.

58 Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. – М.: Институт проблем управления РАН, 1998. – 96 с.

59 Новиков Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд. – М.: Физматлит, 2008. – 184 с.

60 Новиков Д.А. Модели обучения в процессе работы // Управление большими системами. 2007. № 19. С. 5 – 22.

61 Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. - М.: ИПУ РАН, 1998.

62 Новиков Д.А. Сетевые структуры и организационные системы. - М.: ИПУ РАН, 2003. – 108 с.

63 Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. 3-е изд. - М.: Физматлит, 2012. - 604 с.

64 Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. - М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. – 150 с.

65 Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. - М.: Высшая школа, 1989. - 320 с.

66 Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. Изд. 3-е, перераб. и доп. - М.: Энергия, 1974. - 368 с.

67 Поспелов Д.А. Ситуационное управление. - М.: Наука, 1986. - 288 с.

68 Растригин Л.А., Эренштейн М.Х. Адаптивное обучение с моделью обучаемого. - Рига: Зинатне, 1988. - 160 с.

69 Садовничий В.А., Акаев А.А., Коротаев А.В., Малков С.Ю., Соколов В.Н. Анализ и моделирование мировой и страновой динамики. – М.: УРСС, 2017. - 352 с.

70 Самолюк Н.Г. Современные средства оценивания результатов обучения. Конспект лекций. ФГБОУ «Томский государственный педагогический университет», http://koi.tspu.ru/koi_books/samolyuk/ просмотрено 23-01-2018

71 Старолетов С.М., Крючкова Е.Н. Проведение on-line тестирования программного обеспечения на основе построенной модели // Ползуновский вестник. 2010. № 2. С. 212 - 216.

72 Тазетдинов А.Д. Интерактивные процессы в обучающих системах: методы управления. - СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. - 155 с.

73 Федоров В.В. Численные методы максимина. - М.: Физматлит, 1979. – 287 с.

74 Ферстер Г. О самоорганизующихся системах и их окружении / Самоорганизующиеся системы. - М.: Мир, 1964. С. 113 – 139.

75 Челышкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. Учебное пособие. - М.: Логос, 2002. - 432 с.

76 Шваб К. Четвертая промышленная революция. - М.: Эксмо. 2016. - 208 с.

77 Ширяев А.Н. Статистический последовательный анализ. Оптимальные правила остановки. - М.: Физматлит, 1976. – 272 с.

78 Юрков Н.К. Интеллектуальные компьютерные обучающие системы. - Пенза: Изд-во ПГУ, 2010. – 304 с.

79 Яковец Ю.В. Циклы. Кризисы. Прогнозы. – М.: Наука, 1999. – 448 с.

80 Aichernig B., Schumi R. Statistical Model Checking Meets Property-Based Testing, 2017 IEEE International Conference on Software Testing, Verification and Validation (ICST), Tokyo, 2017. P. 390 - 400.

81 Alagoz H., German R. A Selection Method for Black Box Regression Testing with a Statistically Defined Quality Level, 2017 IEEE International Conference on Software Testing, Verification and Validation (ICST), Tokyo, 2017. P. 114 - 125.

82 Algorithmic Game Theory / Eds. Nisan N., Roughgarden T., Tardos E., and Vazirani V. – N.Y.: Cambridge University Press, 2009. – 778 p.

83 Ali S., Yue T. U-Test: Evolving, Modelling and Testing Realistic Uncertain Behaviours of Cyber-Physical Systems, 2015 IEEE 8th International Conference on Software Testing, Verification and Validation (ICST), Graz, 2015. P. 1 - 2.

84 Anzanello M., Fogliatto F. Learning Curve Models and Applications: Literature Review and Research Directions // International Journal of Industrial Ergonomics. 2011. Vol. 41. P. 573 – 583.

85 Aumann R. Rule-rationality versus Act-rationality. Discussion Paper № 497. – Jerusalem: Hebrew University, 2008. – 20 p.

86 Bourque P., Fairley R.E. eds., Guide to the Software Engineering Body of Knowledge, Version 3.0, IEEE Computer Society, 2014; www.swebok.org

87 Boyd S., Parikh N., Chu E., et al. Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers // Foundat. Trends Machine Learning. 2011. No. 3(1). P. 1 – 122.

88 Brachman R., Levesque H. Knowledge Representation and Reasoning. – N.Y.: Morgan Kaufmann, 2004. – 381 p.

89 Business Process Model and Notation (BPMN), v2.0.2. http://www.omg.org/spec/BPMN/2.0

90 Chui D., Wong A. Synthesizing Knowledge: A Cluster Analysis Approach Using Event Covering, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 1986., Vol. 16. №. 2. P. 251 - 259.

91 Crawford J. Learning Curve, Ship Curve, Ratios, Related Data / Lockheed Aircraft Corporation. 1944. P. 122 – 128.

92 Czumaj A., Fasoulakis M., Jurdzinski M. Multi-player Approximate Nash Equilibria / Proc. 16th Int. Conf. Autonom. Agents and Multiagent Syst. (AAMAS 2017). San Paolo. May 8–12, 2017. P. 1511 - 1513.

93 Daskalakis C., Goldberg P., Papadimitriou C. The Complexity of Computing a Nash Equilibrium // SIAM J. Comp. 2009. No 39(1). P. 195 – 259.

94 De Smet A., Lund S., Schaininger W. Organizing for the Future. Platform-based Talent Markets Help Put the Emphasis in Human-capital Management Back where it Belongs-on Humans. January 2016 http://www.mckinsey.com/insights/organization/organizing for the future

95 Donner Y., Hardy J. Piecewise Power Laws in Individual Learning Curves // Psych. Bull. Rev. 2015. Vol. 22. P. 1308 – 1319.

96 Ebbinghaus H. Über das Gedächtnis. - Leipzig: Dunker, 1885. – 168 p.

97 Freeman C., Clark J., Soete L. Unemployment and Technical Innovation: a Study of Long Waves and Economic Development. – London: Frances Pinte, 1982. – 214 p

98 Goertzel B., Iklé M., Goertzel I., Heljakka A. Probabilistic Logic Network. – Heidelberg: Springer, 2008. – 333 p.

99 Handbook of Knowledge Representation. – Amsterdam: Elsevier, 2007. – 1034 p.

100 Hansen E., Walster G. Global Optimization Using Interval Analysis. New York: Marcel Dekker, 2004. – 728 p.

101 Henderson B. The Application and Misapplication of the Learning Curve // Journal of Business Strategy. 1984. Vol. 4. P. 3 – 9.

102 Henriques D., Martins J.G., Zuliani P., Platzer A., Clarke E.M. Statistical Model Checking for Markov Decision Processes // Quantitative Evaluation of Systems, International Conference on(QEST). - London, 2012. P. 84 - 93.

103 Hull C. Principles of Behavior and Introduction to Behavior Theory. - New York: D. Appleton Century Company, 1943. – 422 p.

104 INCOSE Systems Engineering Handbook Version 3.2.2 – A Guide for Life Cycle Processes and Activities / Ed. by C. Haskins. – San Diego: INCOSE, 2012. – 376 p.

105 ISO/IEC/IEEE 15288:2015 Systems and Software Engineering - System Life Cycle Processes.

106 Jaber M. Learning Curves: Theory, Models and Applications. – Boka Raton: CRC Press, 2017. – 476 p.

107 Kohut R., Steinbach B. Decomposition of Boolean Function Sets for Boolean Neural Networks / https://www.researchgate.net/publication/228865096_Decomposition_of_Boolean_Function_Sets_for_Boolean_Neural_Networks. 2014. Visited 06 Jan 2018.

108 Legay A., Delahaye B., Bensalem S. Statistical Model Checking: An Overview. In: Barringer H. et al. (eds) Runtime Verification. RV 2010. Lecture Notes in Computer Science. 2010. vol 6418. Springer, Berlin, Heidelberg. P. 122 -135.

109 Leibowitz N., Baum B., Enden G., Karniel A. The Exponential Learning Equation as a Function of Successful Trials Results in Sigmoid Performance // Journal of Mathematical Psychology. 2010. Vol. 54. P. 338 – 340.

110 Lucio-Arias D., Scharnhorst A. Mathematical Approaches to Modeling Science from an Algorithmic-Historiography Perspective / Scharnhorst A., Börner K., van den Besselaar P. (eds) Models of Science Dynamics. Understanding Complex Systems. – Heidelberg: Springer, 2012. P. 23 – 66.

111 Lundvall B. (Ed.). National Systems of Innovation: towards a Theory of Innovation and Interactive Learning. - London: Pinter, 1992. – 342 p.

112 Mansour Y. Computational Game Theory. - Tel Aviv: Tel Aviv University, 2003. – 150 p.

113 Mechanism Design and Management: Mathematical Methods for Smart Organizations / Ed. prof. D. Novikov. - N.Y.: Nova Science Publishers, 2013. – 163 p.

114 Mikami S., Kakazu Y. Extended Stochastic Reinforcement Learning for the Acquisition of Cooperative Motion Plans for Dynamically Constrained Agents / Proceedings of IEEE Systems Man and Cybernetics Conference - SMC, Le Touquet, 1993. Vol. 4. P. 257 – 262.

115 Nelson R., Winter S. An Evolutionary Theory of Economic Change. - Cambridge: Harvard University Press, 1982. – 454 p.

116 Nonaka I., Takeuchi H. The Knowledge-creating Company: how Japanese Companies Create the Dynamics of Innovation. – Oxford: Oxford University Press, 1995. – 284 p.

117 Novikov D. Cybernetics: From Past to Future. Heidelberg: Springer, 2016. – 107 p.

118 Novikov D. Management of Active Systems: Stability or Efficiency // Syst. Sci. 2001. 26. N 2. P. 85 - 93.

119 Orseau L., Lattimore T., Hutter M. Universal Knowledge-Seeking Agents for Stochastic Environments. In: Jain S., Munos R., Stephan F., Zeugmann T. (eds) Algorithmic Learning Theory. ALT 2013. Lecture Notes in Computer Science, vol 8139. Springer, Berlin, Heidelberg. P. 158 – 172.

120 Patrick M., Donnelly R., Gilligan C. A Toolkit for Testing Stochastic Simulations against Statistical Oracles, 2017 IEEE International Conference on Software Testing, Verification and Validation (ICST), Tokyo, 2017. P. 448 - 453.

121 Rebovich G., White B. Enterprise Systems Engineering: Advances in the Theory and Practice. - Boca Raton: CRC Press, 2011. – 459 p.

122 Ren W., Yongcan C. Distributed Coordination of Multi-agent Networks. - London: Springer, 2011. – 310 p.

123 Richardson M., Domingos P. Markov Logic Networks // Machine Learning. 2006. Vol. 62. P. 107 – 136.

124 Rzevski G., Skobelev P. Managing Complexity. - London: WIT Press, 2014. – 216 p.

125 Sauser B., Magnaye R., Tan W., Ramirez-Marquez J., Sauser B. Optimization of System Maturity and Equivalent System Mass for Space Systems Engineering Management / Proceedings of the Conference on Systems Engineering Research, Hoboken, NJ, March 2010. – 10 p.

126 Sauser B., Ramirez-Marquez J. Development of Systems Engineering Maturity Models and Management Tools / Stevens Institute of Technology. Report No. SERC-2011-TR-014, 2011. – 63 p.

127 Shoham Y., Leyton-Brown K. Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations. - Cambridge: Cambridge University Press, 2008. – 504 p.

128 Stenberg S. Stochastic Learning Theory / Handbook on Mathematical Psychology. Vol. I. - New York: J. Wiley and Sons Inc., 1963. P. 1 – 120.

129 Stocia G., Stack B. Acquired Knowledge as a Stochastic Process // Surveys in Mathematics and its Applications. 2017. Vol. 12. P. 65 – 70.

130 Sutton R., Barto A. Reinforcement Learning: an Introduction. – Massachusetts: The MIT Press, 2016. – 455 p.

131 Systems Engineering Guide. – Bedford: MITRE Corporation, 2014. – 710 p.

132 Thurstone L. The Learning Curve Equation // Psychol. Monogr. 1919. Vol. 26. № 3. P. 1-51.

133 Thurstone L. The Learning Function // Journal of General Psychology. 1930. № 3. P. 469-493.

134 Tolman E. Theories of Learning / Comparative Psychology. Ed. Moss F.A. Chapter 12. - New York: Prentice Hall, 1934. P. 232 – 254.

135 Van der Linden W.J., Hambleton R.H. Handbook of Modern Item Response Theory. – NY: Springer Science & Business Media, 1996. – 512 p.

136 Vitanov N., Ausloos M. Knowledge Epidemics and Population Dynamics Models for Describing Idea Diffusion / Scharnhorst A., Börner K., van den Besselaar P. (eds) Models of Science Dynamics. Understanding Complex Systems. – Heidelberg: Springer, 2012. P. 69 – 125.

137 Wong A., Wang Y. Pattern Discovery: A Data Driven Approach to Decision Support. // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 2003. Vol. 33. N 1. P. 114 – 124.

138 Wright T. Factors Affecting the Cost of Airplanes // Journal of Aeronautical Sciences. 1936. Vol. 3 (4). P. 122 – 128.

139 Yizhen C. et al. Effective Online Software Anomaly Detection / ISSTA 2017 Proceedings of the 26th ACM SIGSOFT International Symposium on Software Testing and Analysis. - Santa Barbara, 2017. P. 136 – 146.