ИНТЕРАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СТРУКТУР

М. В. Губко
Учреждение Российской академии наук
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,
Москва, Российская федерация, mgoubko at mail ru

Введение

Задачи оптимизации иерархических структур довольно широко распространены на практике, и притом в совершено различных предметных областях. Среди примеров можно привести задачи формирования или реструктуризации организационных структур [7], определения структуры сборочного производства [3], нахождения рациональной структуры систем сбора и обработки информации [6], оптимизации структуры иерархических меню и каталогов (наподобие каталога Интернет-сайтов Google™ Directory) [4]. Последнюю задачу ниже будем использовать для иллюстрации общих идей[1].

Математическая постановка всех этих проблем имеет немало общего. Обычно задается множество элементов нижнего уровня N (например, множество Интернет-сайтов, входящих в разрабатываемый веб-каталог), множество допустимых иерархий Ω, надстроенных над этими элементами (например, множество всевозможных каталогов, то есть деревьев, в листьях которых находятся сайты, а промежуточные узлы соответствуют осмысленным группировкам сайтов в категории вроде «Игры», «Спорт», «Развлечения», «Бизнес»), а также критерий оптимизации – затраты иерархии C: $\Omega \to [0, +\infty)$ (например, среднее время поиска в каталоге).

Задача состоит в том, чтобы найти допустимую иерархию из Ω, минимизирующую затраты $C(\cdot)$. Сложность задачи определяется тем, что множество Ω обычно настолько обширно, что его полный перебор невозможен. Поэтому для разработки эффективных методов решения используется специфика отдельных классов функций затрат и допустимых множеств. Алгоритмические и аналитические методы решения подобных задач развиваются в рамках теории оптимизации иерархических структур (см. основные результаты в [1, 2, 7]). В рамках этой теории был предложен класс т.н. *секционных* функций затрат, которые позволяют описывать многие прикладные задачи, допуская, в то же время, конструктивное исследование.

В теории задача обычно решается на некотором удобном множестве Ω, например, на множестве всех деревьев, на множестве симметричных деревьев, и т.п. Однако на практике допустимые иерархии зачастую содержательно ограничены (например, в задаче оптимизации каталога сайты можно группировать только в осмысленные категории). Формально эти ограничения можно внести в функцию затрат, сделав запрещенные иерархии невыгодными, но это зачастую не очень удобно, так как может выводить функцию затрат из удобного класса. Более того, часто эти ограничения вообще нельзя эффективно учесть в математической постановке задачи, так как они носят неформальный характер. Например, за проверкой допустимости той или иной группировки Интернет-сайтов в веб-каталоге необходимо обращаться к эксперту – разработчику меню. Аналогичная ситуация возникает при наличии помимо главного критерия (например, среднего времени поиска) еще и ряда неформальных (например, удобство для пользователя, привлекательность). Полностью автоматическое решение задач с такими неформальными компонентами невозможно – необходим *интерактивный автоматизированный процесс*, основная цель которого – обеспечить поиск оптимальной иерархии с минимальными трудозатратами эксперта. Теоретическое решение без ограничений при этом играет роль идеала, которого нельзя достичь, но к которому нужно стремиться.

В настоящем докладе приводятся требования к такому итерационному процессу, предлагается процедура, удовлетворяющая этим требованиям, описывается информация, необходимая для работы этой процедуры, а также условия ее применимости. В заключение обсуждаются перспективы развития теоретических и прикладных методов оптимизации иерархий.

---

[1] Более подробно решение этой задачи описано в представляемом на настоящей конференции докладе А. И. Даниленко «Система автоматизированного проектирования структуры иерархического меню».

Требования к интерактивной процедуре

Интерактивные процедуры оптимизации обычно основаны на методе последовательных улучшений (локального поиска [8]). Сам метод весьма прост, и состоит в том, что эксперт небольшими изменениями улучшает текущий вариант решения до тех пор, пока видит такую возможность. Так, в задаче оптимизации каталога в качестве стартовой можно использовать любую допустимую структуру, и искать пути ее улучшения, локальными перестроениями меняя структуру отдельных панелей каталога. Однако чтобы эта процедура заработала на практике, необходимо выполнение ряда условий.

Требования к процессу можно разделить на требования к схеме локального поиска и требования к удобству работы эксперта. Так, в частности, схема поиска должна всегда приводить если не к оптимальному, то к почти оптимальному решению. Это значит, что пути улучшения решения не должны приводить к локальным оптимумам с существенно худшим качеством. Количество «соседей» текущего решения, переход к одному из которых осуществляется на каждой итерации улучшения, не должно быть ни слишком большим (чтобы не усложнять выбор), ни слишком малым (чтобы чрезмерно не удлинять цепочку шагов до цели).

Требования к удобству не менее важны для реализуемости процесса. Они типичны для всех автоматизированных систем (АС), основанных на постепенном улучшении решения.

Во-первых, АС должна на каждом шаге вычислять значение критерия оптимальности (затрат иерархии) для текущего варианта решения.

Во-вторых, АС должна уметь вычислять значение критерия или его оценку для оптимального решения. Разница текущих и минимальных затрат позволяет оценить расстояние до цели, и малое значение разницы служит поводом для остановки процесса улучшения. Ценными также являются предсказания относительно примерного вида оптимальной структуры (например, степени ее узлов на разных уровнях иерархии).

В-третьих, АС должна подсказывать эксперту, куда в данный момент необходимо прикладывать усилия для улучшения текущего решения. Это особенно важно для оптимизации сложных структур: локальные улучшения иерархии сводятся к улучшению ее отдельных узлов, и если система не покажет, какой узел нуждается в улучшении, эксперт будет вынужден перебирать все узлы (что очень трудоемко) или оптимизировать случайный узел (что снижает эффективность работы). Таким образом, для каждого узла текущей иерархии АС должна вычислять степень его неоптимальности. Кроме того, необходимо показывать, как должен данный узел выглядеть «в идеале», чтобы показать эксперту, к чему следует стремиться.

В-четвертых, АС должна подсказывать направления улучшения текущего узла, то есть вычислять результаты локальных изменений – переходов к «соседним» иерархиям. Эксперт может следовать рекомендациям системы, а может выбрать свой путь, но система всегда показывает текущее положение, точку приложения усилий и направления улучшений.

Наконец, для АС оптимизации иерархий вполне естественны требования удобной визуализации текущей и целевой иерархии.

Таким образом, структура АС предполагает определенную степень развитости математической теории оптимизации иерархических структур [1]. От теории требуется:

1. вычислять затраты любой допустимой иерархии;
2. вычислять оценки (верхние или нижние) затрат оптимальной иерархии;
3. предсказывать примерный вид оптимальной иерархии;
4. для каждого узла допустимой иерархии вычислять степень его неоптимальности;
5. показывать примерный вид оптимального узла (например, степень узла дерева);
6. перечислять локальные изменения структуры узла и оценивать их эффект.

С вычислением затрат иерархии обычно проблем не возникает. Что касается оценок, то для задач поиска оптимального дерева при некоторых классах функций затрат (в частности, *однородных* и *потоковых* функциях) разработаны удобные нижние оценки [2, 5]. Понятно, что эти оценки остаются нижними оценками и на любом подмножестве множества деревьев, и их применимость ограничена лишь тем, насколько более грубыми они становятся на этом суженном множестве. Процедуры построения нижних оценок обычно дают полезную информацию и о виде оптимальной иерархии в целом, и о характеристиках ее отдельных узлов. Так, например, для однородных функций затрат известно, что в оптимальном дереве норма управляемости всех узлов примерно одинакова, а для потоковых – что примерно одинаков поток, обрабатываемый каждым узлом [2]. Локальные изменения структуры обычно сводятся к слиянию двух соподчиненных узлов или разделению узла на несколько. Их легко перечислять, и эксперт обычно легко может выделить из них допустимые.

Таким образом, единственный отсутствовавший до сих пор в теории компонент – это критерии степени неоптимальности узла произвольной иерархии. В следующем разделе такие критерии предлагаются, и кратко исследуются их свойства.

Критерии степени неоптимальности узла иерархии

Для дальнейшего изложения потребуются пара определений. *Группой* назовем любое подмножество $s \subseteq N$ элементов нижнего уровня. Для произвольного узла m любой иерархии H *группой этого узла* $s_H(m)$ назовем множество элементов нижнего уровня, непосредственно или опосредовано подчиненных этому узлу в иерархии H. Так, например, если при построении каталога сайтов в нем появляется узел с меткой «Спорт», то группой этого узла будет множество спортивных сайтов (к которым можно перейти, выбрав данную категорию).

В настоящем разделе предполагается, что рассматриваемая задача состоит в поиске оптимальной *древовидной иерархии* при *секционной функции затрат*. Свойства секционных функций подробно описаны в [1, 7], здесь же достаточно будет о них знать следующее. Секционная функция помимо вычисления затрат $C(H)$ любого допустимого дерева H над множеством элементов нижнего уровня N позволяет также вычислять затраты любого поддерева H', надстроенного над группой $s_H(m)$ любого узла дерева H. Так, в задаче построения каталога помимо среднего времени поиска во всем каталоге можно вычислить среднее время поиска в поддереве каталога, начинающемся с любой его категории. Критично здесь то, что время поиска, например, в поддереве «Спорт» не зависит от того, как устроена остальная часть иерархического каталога (например, какова структура категории «Бизнес»). Из этого, кстати, следует, что любое поддерево оптимального дерева также будет оптимальным.

Предположим, что помимо вычисления затрат $C(H)$ произвольного дерева H, надстроенного над любой группой $s \subseteq N$, мы умеем вычислять некоторую нижнюю оценку $C_L(s)$ затрат оптимальной древовидной иерархии над этой группой s. Как отмечалось в предыдущем разделе, такие нижние оценки известны для однородных, потоковых и некоторых других классов функций затрат [2, 5]. Кроме того, иногда удается построить эффективные алгоритмы поиска оптимального дерева (см. [1]), а затраты оптимальной иерархии, разумеется – самая лучшая оценка самих себя.

Рассмотрим некоторое дерево H над множеством N. Если оно неоптимально, то между его затратами $C(H)$ и нижней оценкой $C_L(N)$ есть существенная разница $\Delta(H) := C(H) - C_L(N)$. Это и есть главный критерий неоптимальности иерархии. Хочется как-то правдоподобно распределить величину $\Delta(H)$ по узлам дерева H, чтобы эксперт смог увидеть наиболее неоптимальные узлы, и сконцентрироваться в первую очередь на их улучшении.

Для произвольного узла m дерева H обозначим через H_m поддерево H, надстроенное над m. Пусть произвольному узлу m в дереве H подчинены узлы $m_1, \ldots, m_k$. Введем величину

$$\Delta_m(H) := C(H_m) - C(H_{m_1}) - \ldots - C(H_{m_k}) - [C_L(s) - C_L(s_1) - \ldots - C_L(s_k)],$$

где для краткости введены обозначения $s := s_H(m)$, $s_i := s_H(m_i)$, $i = 1, \ldots, k$.

Если нижняя оценка $C_L(\cdot)$ всегда удовлетворяет техническому условию

$$C_L(s) \leq [C(H_m) - C(H_{m_1}) - \ldots - C(H_{m_k})] + C_L(s_1) + \ldots + C_L(s_k),$$

то величины $\Delta_m(H)$ будут неотрицательными (это условие легко проверяется и верно для всех имеющихся в настоящее время нижних оценок затрат оптимального дерева). Кроме того, сумма этих величин по всем узлам дерева H дает в точности $\Delta(H)$, поскольку для каждого некорневого узла m в получающейся сумме члены $C(H_m)$ и $C_L(s_H(m))$ будут фигурировать дважды с разными знаками.

Далее, если все поддеревья с вершинами в m_i – непосредственных подчиненных узла m – оптимальны, то $\Delta_m(H_m) = \Delta(H_m)$, то есть вся «неоптимальность» относится на единственный неоптимальный узел, что говорит о правильности локализации критерием $\Delta_m(H)$ этой самой неоптимальности.

На основе критерия $\Delta_m(H)$ можно ввести производные критерии, например, величина $\Delta_m(H)/\Delta(H)$ показывает вклад (в процентах) узла m в неоптимальность всей иерархии, а величина $\delta_m(H) := \Delta_m(H)/[C_L(s) - C_L(s_1) - \ldots - C_L(s_k)]$ – потери (в процентах) в узле m по сравнению с оптимальным устройством этого узла.

Заключение

В докладе описывается интерактивный процесс оптимизации иерархических структур, описываются требования, которые он предъявляет к математическим методам и предлагаются отсутствовавшие ранее в теории критерии неоптимальности отдельных узлов иерархии.

Кратко обсудим условия применимости предлагаемого интерактивного процесса. Во-первых, неформальные ограничения допустимости иерархий должны быть *понятными*, то есть должны легко проверяться человеком. Во-вторых, требуется наличие этого человека – эксперта. И, наконец, важным является наличие хороших нижних оценок для задачи с неформальными ограничениями. Обычно нижние оценки получаются для задач без ограничений, и тогда условие применимости процесса состоит в том, чтобы ограничения позволяли бы, тем не менее, достаточно близко подойти к оптимальной (без ограничений) иерархии.

В докладе подчеркивается важность нижних оценок затрат оптимальной иерархии для решения прикладных задач. Поэтому перспективы развития теории состоят в разработке таких оценок для новых классов функций затрат.

Предложенный процесс подробно проработан только для поиска деревьев, и интересным представляется обобщение этого подхода на поиск недревовидных иерархий.

Уже начатые прикладные исследования связаны с применением предложенного подхода к решению задач поиска оптимальных иерархий в разных предметных областях, а также с разработкой универсального программного обеспечения.

Список литературы

1. Воронин А.А., Мишин С.П. *Оптимальные иерархические структуры*. М.: ИПУ РАН, 2003. 214 с.
2. Губко М.В. *Математические модели оптимизации иерархических структур*. М.: ЛЕНАНД, 2006. 264 с.
3. Губко М.В., Даниленко А.И. *Алгоритм поиска оптимальной структуры сборочных постов* / Труды III всероссийской молодежной конференции по проблемам управления. М.: ИПУ РАН. 2008. С. 234–235.
4. Губко М.В., Даниленко А.И. *Построение иерархического меню для минимизации времени поиска* / Теория активных систем: Труды международной научно-практической конференции. М.: ИПУ РАН. 2009. Том II. С. 78–81.
5. Губко М.В., Мишин С.П. *Оптимальная структура системы управления технологическими связями* / Материалы международной научной конференции «Современные сложные системы управления». Старый Оскол: СТИ, 2002. С. 50–54.
6. Горстко А.Б., Угольницкий Г.А. *Оптимизация структуры ориентированного графа как метод моделирования в экологии* // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. 2000. Т.17. С. 68–81.
7. Мишин С.П. *Оптимальные иерархии управления в экономических системах*. М.: ПМСОФТ, 2004. 190 с.
8. Сигал И. Х., Иванова А. П. *Введение в прикладное дискретное программирование*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 304 с.