Н.Н.Сандак

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА СИСТЕМ С СОРЕВНУЮЩИМИСЯ ЭЛЕМЕНТАМИ

Настоящая статья посвящена обсуждению концепции систем с соревнующимися элементами (ССЭ),а также различных свойств систем,принадлежащих классу ССЭ.Она содержит пять разделов,в каждом из которых в сжатой (тезисной) форме изложены результаты и выводы,представляющие самостоятельный интерес,причем некоторые из них имеют принципиальное значение для обоснования и дальнейшего развития выбранного направления исследований. В первом разделе обсуждается концепция ССЭ,её правомерность и отчасти затронута история вопроса.Во втором разделе приводятся критерии для классификации законов распределения мест между соревнующимися элементами (ЗРМ).Классификация проводится с целью выяснения условий,при которых система обладает свойством управляемости.В третьем разделе строятся устойчивые(в некотором указанном ниже смысле) решения,которые являются неким обобщением решения по Стэкельбергу в классе ССЭ при любом $n>2$.В частности,введенное ранее автором C-решение является таким обобщением.В четвертом разделе рассматриваются некоторые свойства объекта управления,интересные с общесистемных позиций.И наконец пятый – посвящен фундаментальному,по мнению автора, свойству нетождественности целей ССЭ (как единого целого),порожденных механизмом соревнования,и целей вышестоящего управляющего элемента а также следствиям из этого свойства.Прежде чем перейти к изложению перечисленных вопросов,сделаем следующие замечания.Понятия и обозначения,используемые в дальнейшем,которые можно рассматривать как устоявшиеся,приводятся без комментариев (их можно найти,например,в [I]).Для обозначения классов ЗРМ и предположений (аксиом),которым ЗРМ из данного класса отвечают,использованы одинаковые обозначения,т.к.из контекста всегда ясно,о чем именно идет речь.

Концепция ССЭ (обсуждение).Общеизвестно,что разные авторы,как правило,ставят во главу рассмотрения те стороны исследуемого явления,которые им лично представляются наиболее существенными. Это обстоятельство служит источником многообразия моделей одних и тех же явлений; причем исходные посылки, заложенные в модель, во многом предопределяют результаты исследований. В концепции ССЭ под соревнующимися элементами (СЭ) понимаются элементы, выигрыши которых зависят не только от величины показателя функционирования элемента, но и от занятого им места. Понятия "место, занятое СЭ" и "премия, получаемая СЭ в соответствии с занятым им местом", по существу, выделялись как главные уже в [2]. Однако наличие ЗРМ позволяет не только взглянуть на объект, моделируемый при помощи ССЭ, под новым углом зрения, но и открывает известные возможности для отражения его общесистемных свойств, таких как целостность и т.п., и работы с ними [I]. Поэтому автор данной статьи в свое время счел целесообразным ввести для выделения класса ССЭ следующее определение: системами с СЭ называются системы, обладающие двумя свойствами: во-первых, они содержат СЭ, и, во-вторых, состояние всей системы в целом характеризуется распределением мест между СЭ, а так же, быть может, и показателями функционирования отдельных (всех) элементов системы.

Заметим, что предлагаемый подход к соревновательной проблематике не является единственно возможным даже с теоретико-игровых позиций. Так, например, в [3] в разделе "Игры типа "Соревнование" намечен подход, не использующий понятий "место" и "премии".

Управляемость ССЭ и классификация ЗРМ. С позиций общей теории систем для того, чтобы задать систему необходимо как минимум описать её элементы, структуру межэлементных связей и механизм функционирования. Из определения ССЭ следует, что в механизме функционирования ССЭ - механизме соревнования, как он понимается в рамках концепции ССЭ, особое внимание концентрируется на ЗРМ. В связи с чем возникает центральный с точки зрения теории управления (и значит решающий для жизнеспособности развиваемой концепции) вопрос: можно ли использовать ЗРМ в качестве "рычага управления" и, если "да", то насколько он эффективен. Ответ на поставленный вопрос следующий. Управляемость ССЭ при помощи

ЗРМ и эффективность подобного управления зависит, в частности, от того, к какому классу по классификации, основанной на приводимых ниже критериях, относится рассматриваемый ЗРМ.

Критерий А. В $\{g\}$ – множестве всех законов распределения мест между СЭ – можно выделить G_{A1} и G_{A2}, которые соответствуют прямо противоположным отправным посылкам (точкам зрения). Первая (G_{A1}) базируется на том, что для получения "лучшего" места необходимо опередить большее число конкурентов, вторая (G_{A2}) – на том, что для получения "лучшего" места необходимо отстать от возможно меньшего числа конкурентов.

Критерий Б. Пусть множество премий состоит из положительных констант. Тогда в $\{g\}$ можно выделить $G_{Б1}$ и $G_{Б2}$ в зависимости от того $\sum_{i\in I}\gamma_{Q_i}(\sigma)=const=\sum_{i\in I}\gamma_i^*$ (случай $G_{Б1}$) или $\sum_{i\in I}\gamma_{Q_i}(\sigma)=f(Q)\neq const$ (случай $G_{Б2}$).

Критерий В. $[g\in G_{B1}]\dot{\Leftrightarrow}[Q(\pi\sigma)=\pi Q(\sigma)$ при любых π (перестановка) и $\sigma]$, где $\sigma=(\sigma_1,\dots,\sigma_n)$ – вектор оценок показателей функционирования СЭ-ов. $G_{B2}\doteq\{g\}\setminus G_{B1}$.

Критерии А и В тесно связаны с тем одинаковые или нет требования предъявляются различным СЭ, т.е. с вопросом "симметричности" используемого механизма функционирования. Механизм соревнования назовем симметричным, если $\gamma_{i(\sigma)}(\sigma)=\gamma_{i(\pi\sigma)}(\pi\sigma)$ и $g\in G_{B1}$, где $i(\sigma^*)$ – номер S_j, для которого $Q_j(\sigma^*)=\{i\}$.

<u>Обобщение решения по Стэкельбергу на случай произвольного $n\geq 2$</u>. Рассмотрим ЛССЭ [I], для которой $n=2$, $k=1$, $\gamma_{Q_\alpha}(\sigma)=const$ и g определяется следующими соотношениями: $[Q_i(\sigma)=\{1\}]\dot{\Leftrightarrow}[\sigma_i-\sigma_j>\rho_1^i(\sigma_j)\geq 0]$ и $[Q_i(\sigma)\neq\{1\}]\dot{\Rightarrow}[Q_i(\sigma)=\{2\}]$. Очевидно, что, в случае, когда $\rho_1^i(\sigma_j)=\rho_1^j(\sigma_i)$ при всех σ_i и σ_j, таких, что $\|\sigma_i\|=\|\sigma_j\|$, $g\in G_{B1}$ и $g\in G(\rho)$ [I]. В случае же, когда $\rho_1^i(\sigma_j)\neq\rho_1^j(\sigma_i)$ хотя бы для одной пары σ_i и σ_j, такой, что $\|\sigma_i\|=\|\sigma_j\|$, то $g\in G_{B2}$. Если требовать, чтобы $g\in G_{B1}$, то можно при любых k_1 и k_2 построить g такие, что $\{C(1,1)-\text{реш.}\}=\{(\frac{\Delta\gamma_1}{k_2},0)\}$ или же, при $2k_1-k_2>0$, – такие, что $\{C(1,1)-\text{реш.}\}=\{(0,\Delta\gamma_1(\frac{1}{k_1}-\frac{1}{k_2})),(\Delta\gamma_1(\frac{1}{k_1}-\frac{1}{k_2}),0)\}$. Если же при $2k_1-k_2>0$ требовать, чтобы $g\in G_{B2}$, то можно построить g такие, что

$$\{C(1,1)-\text{реш}\}=\{(0,\Delta\gamma_1(\tfrac{1}{k_1}-\tfrac{1}{k_2})),(\tfrac{\Delta\gamma_1}{k_2},0)\}.$$

При этом все σ^*, принадлежащие указанным множествам $C(1,1)$–

решений, являются решениями по Стэкельбергу (стратегиями Стэкельберга) [4,5] на $X_{C(1)}(x_0)$,причем в роли "лидера" ("ведущего") выступают те S_i ,для которых $\sigma_i(\sigma^*)\neq 0$.Использование приведенных $\{C(1,1)$- реш.$\}$ и соответствующих им $\rho_1^i(x_j)$ и $\rho_1^j(x_i)$ в качестве исходных модулей позволяет строить различные устойчивые решения,являющиеся обобщениями решения по Стэкельбергу в классе ССЭ для любого $n\geq 2$.Это обобщение отличается от предложенного в [6] и основано на следующей идее пошагового построения решения.Сначала (Iшаг) строится $\sigma^1 - C(1,1)$ - решение для пары S_n, S_{n-1} на $\{\sigma_{n-1}\}\times\{\sigma_n\}$, затем (II шаг)эта операция повторяется для пары $S_{1(\sigma^1)}$, S_{n-2} на $\{\sigma_{1(\sigma^1)} \mid \|\sigma_{1(\sigma^1)}\| > \beta(\sigma^1)\}\times$ $\times\{\sigma_{n-2} \mid \|\sigma_{n-2}\| > \beta(\sigma^1)\}$, где $\beta(\sigma^1)\doteq\|\sigma^1_{1(\sigma^1)}\|$, в результате получаем $\sigma^2 - C(1,1)$- решение на $\{\sigma_{n-2}\}\times\{\sigma_{n-1}\}\times\{\sigma_n\}$ и т.д. Интересно отметить,что"нагрузка на S_0 ",его роль,важность осуществляемых им,как вышестоящим элементом,функций различна в зависимости от того,какие из трех $\{C(1,1)$-реш.$\}$,приведенных выше,использованы при построении решения,обобщающего решение Стэкельберга.

Несимметричность свойств объекта управления. Отметим что,наряду с тенденцией к самоорганизации (специализация СЭ - несимметричность выполняемых СЭ функций:"лидер" -"ведомый"),даже в случае,когда используемый механизм соревнования симметричен,сам объект управления - множество СЭ - проявляет тенденцию к несимметрии свойств.Так,если предположить,что в ЛССЭ,описаной выше,СЭ-ам присуще стремление к устойчивости,которую гарантирует,в частности,выбор $\sigma_j >$ $> \sigma_i + \frac{\Delta \tilde{f}_i}{k_i}$,то представляются естественными следующая гипотеза и определение.Гипотеза о поведении СЭ:"при каждой фиксированной $\sigma_j = \sigma_j'$, S_i $(i=1,2)$ максимизирует свой выигрыш либо на $\{\sigma \mid Q_i(\sigma)=\{1\}\}\cap\{\sigma \mid \sigma_i \geq \sigma_j' + \frac{\Delta \tilde{f}_1}{k_j}\}$либо на $\{\sigma \mid Q_i(\sigma)=$ $=\{2\}\}\cap\{\sigma \mid \sigma_j = \sigma_j'\}$". Определение:"решение уравнения $\Delta \tilde{f}_1 =$ $=(\sigma_j + \frac{\Delta \tilde{f}_1}{k_i})k_i$,смысл которого очевиден,назовем $\sigma_j^{крит}$". Тогда $\sigma_j^{крит} = \Delta\tilde{f}_1\left(\frac{1}{k_i} - \frac{1}{k_j}\right)$ и из условия положительности $\sigma_j^{крит}$ вытекает,что может существовать только $\sigma_2^{крит}$.Что же касается поведения СЭ,то из двух игроков только S_1 может придерживаться стратегии поведения,предписываемой предложенной гипотезой.

Нетождественность целей ССЭ и вышестоящего управляющего элемента. Относительно целей ССЭ как единого целого (если они вообще существуют) следует заметить, что в общем случае их отождествление с целями S_0 неправомерно. В разделе "Функция, осуществляемая механизмом соревнования" [I] показано, что механизм соревнования является механизмом целенаправленного перераспределения между СЭ некоторого жизненно важного для них ресурса, причем этот факт никоим образом не связан с целями S_0. Нетождественность целей S_0 и всей системы в целом обусловлена главным образом тем, что истинные цели системы, внутренне ей присущие, не известны S_0. Конечно, и в ССЭ S_0 может сознательно стремиться к неким целям, отличным от целей, вытекающих из природы используемого механизма функционирования. Однако специфика ССЭ заключается в том, что из-за незнания целей ССЭ, порожденных механизмом соревнования, S_0 не может достаточно эффективно управлять системой СЭ даже в случае, когда он руководствуется исключительно соображениями экстремизации целевой функции системы. Решение же вопроса о том, можно ли при помощи модели, использующей определенный язык (в нашем случае - язык теории игр и исследования операций), и правил формального вывода полностью вскрыть функцию, осуществляемую механизмом соревнования связано, по всей вероятности, с ограничениями, налагаемыми теоремой Гёделя (о неполноте).

Литература

I. Сандак Н.Н. Некоторые общесистемные и математические аспекты теории систем с соревнующимися элементами. В кн.: Управление техническими и организационными системами с применением вычислительной техники. М., "Наука", 1979.

2. Бурков В.Н., Немцева А.Н., Соколов В.Б. Деловые игры "Ресурс", "Соревнование", "Общество". В кн.: Активные системы. М., Институт проблем управления, 1973.

3. Ватель И.А., Ерешко Ф.И. Математика конфликта и сотрудничества. М., "Знание", 1973.

4.Von Stackelberg H.The Theory of the Market Economy.Oxford University,Press,Oxford,England,1952.
5.Chen C.I.,Cruz J.B.,Jr. Stackelberg Solution for Two-Person Games with Biased Information Paterns.IEEE Transactions on Automatic Control.1972,Vol.AC-17 n°6.
6.Simaan M.,Cruz J.B.,Jr. A Stackelberg Solution for Games with Many Players.IEEE Transactions on Automatic Control. 1973,Vol.AC-18 n°3.