

## О СОВМЕСТНОМ РАЗВИТИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И ПОВТОРЯЮЩИХСЯ НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ИГР

**Мохонько Е.З.**

*(Вычислительный центр им. А.А. Дородницына*

*ФИЦ ИУ РАН, Москва)*

*[mohon@ccas.ru](mailto:mohon@ccas.ru),*

*В работе рассмотрен метод развития неантагонистических динамических игр, который состоит в том, что идеи, постановки задач и методы их решения переносятся из одного вида игр в другой. А именно, результаты исследования дифференциальных игр переносятся на повторяющиеся игры. И наоборот, результаты рассмотрения повторяющихся игр приводят к возникновению новых задач в дифференциальных неантагонистических играх. Идеи их решения также берутся из повторяющихся игр.*

*Ключевые слова: неантагонистические динамические игры, оптимальное получение информации, метод развития игр.*

### **1. Введение**

Динамические неантагонистические игры более полно отражают современные реальные конфликты по сравнению со статическими играми, поэтому важно и актуально их развивать. Одним из методов развития таких игр является построение и исследование игровых моделей с простой динамикой с тем, чтобы в дальнейшем попытаться использовать полученный опыт и результаты при исследовании игр с более сложной динамикой. В данной работе в качестве простых игр рассматриваются неантагонистические повторяющиеся игры с непрерывным временем. А в качестве сложных –

неантагонистические дифференциальные игры. Описывается опыт их взаимного влияния на развитие друг друга.

## **2. Возникновение неантагонистических дифференциальных игр и повторяющихся игр с непрерывным временем**

Сильной стороной повторяющихся игр является простота математического аппарата. Сильной стороной неантагонистических дифференциальных игр является возможность моделирования с их помощью конфликтов с более сложной динамикой по сравнению с теми, которые моделируются повторяющимися играми.

Многочисленный участник конференций по активным системам, профессор А.Ф. Кононенко, опираясь на результаты, полученные в антагонистических играх [1], [2], рассмотрел неантагонистическую дифференциальную игру [3]. В ней он дал определение ситуации равновесия в позиционных стратегиях и получил необходимые и достаточные условия существования таких ситуаций. Он также описал повторяющуюся неантагонистическую игру с непрерывным временем [4]. В такой игре он исследовал ситуацию равновесия в стратегиях с памятью и нашел оптимальный режим получения информации [5].

## **3. Дальнейшее развитие этого направления игр**

Далее в развитие этих игр включились ученики А.Ф. Кононенко. Удалось решить, например, следующую задачу. Дав возможность игрокам, как и в повторяющейся игре, получать информацию не только непрерывным, но и дискретным образом, определить оптимальный режим получения информации в неантагонистической дифференциальной игре [6].

Позже выяснилось, что повторяющуюся игру с непрерывным временем можно представить как частный вид дифференциальной игры [7]. Результаты, полученные в повторяющихся играх, можно рассматривать, как результаты, полученные для частного вида дифференциальных игр. Далее просто нужно выяснить, возможно ли распространить эти результаты на более общий вид

дифференциальных игр. С другой стороны, результаты, полученные для общего вида дифференциальных игр, верны и для частного случая этих игр, а значит, легко переносятся на повторяющиеся игры.

И действительно, результаты сложной дифференциальной игры с неточным знанием терминального выигрыша [8] удалось перенести на повторяющуюся игру. Тем самым об этой динамической игре узнали исследователи, не знакомые с аппаратом дифференциальных игр. В [7] перенос конструкций из дифференциальной игры привел к тому, что в повторяющихся играх был получен более общий случай равновесной ситуации по сравнению с [4]. А именно, если в [4] равновесный выбор представлял собой выбор одной точки, то в [7] выбор может зависеть от времени. Благодаря этому изменилось представление о ситуации равновесия в повторяющейся игре.

Перенос результата из повторяющейся игры с ограничением времени, которое можно потратить на наблюдение за выборами партнера [9] на частный случай дифференциальной игры удалось сделать. Частным случаем являлся случай с функцией, описывающей динамику дифференциальной игры, зависящей только от управлений игроков. В общем случае эта функция зависит не только от управлений игроков, но и от времени, и от позиции.

Пока не удалось перенести этот результат хотя бы на случай, когда динамика дифференциальной игры, описывается функцией, зависящей от управлений и времени. Для такой игры был получен какой-то новый для дифференциальной игры результат [10], более слабый по сравнению с игрой, динамика которой зависит только от управлений. Аналога этому результату в повторяющихся играх пока нет.

А вот аналоги некоторых результатов из повторяющихся игр с дополнительным платежом [11] удалось получить для общего вида неантагонистической дифференциальной игры. При этом используются конструкции, типичные для дифференциальных игр и не похожие на конструкции из повторяющихся игр.

Под влиянием достижений антагонистических дифференциальных игр стали рассматриваться повторяющиеся игры с изменяющимся множеством выбора второго игрока. Удалось получить

результаты по оптимизации получения информации для более сложных повторяющихся игр. В них [12] функции выигрышей зависят не только от выборов игроков [4],[5], но и от времени.

#### **4. Заключение**

Дифференциальные и неантагонистические повторяющиеся игры связаны друг с другом. Оказалось, что перевод результатов из одного вида игр в другой может приводить к появлению более сложных игр, новых конструкций, новых результатов, нового понимания свойств динамических игр.

#### **Литература**

1. КРАСОВСКИЙ Н.Н., СУББОТИН А.Н. *Позиционные дифференциальные игры*. М.: Наука, 1974.- 456с.
2. ЧЕРНОУСЬКО Ф.Л., МЕЛИКЯН А.А. *Игровые задачи управления и поиска*. М.: Наука, 1978. - 270с.
3. КОНОНЕНКО А.Ф. *Структура оптимальной стратегии в динамических управляемых системах* // Ж.вычисл. матем. и матем. физ., 1980. Том 20, №5. – С. 1105 - 1116.
4. КОНОНЕНКО А.Ф. *Постановка задачи. Модель с непрерывным временем* // Современное состояние теории исследования операций: Сб. научн. тр. М.: Наука, 1979.- С.173-179.
5. КОНОНЕНКО А.Ф. *О задаче наблюдения в повторяющихся операциях* // Современное состояние теории исследования операций: Сб. научн. тр. М.: Наука, 1979. – С.179-182
6. КОНОНЕНКО А.Ф., МОХОНЬКО Е.З. *О процессе получения информации в неантагонистических дифференциальных играх* // Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ АН СССР, 1982.- 20с.
7. МОХОНЬКО Е.З. *О связи повторяющихся неантагонистических игр с дифференциальными играми*. // Динамика неоднородных систем. Труды ИСА РАН. Том 53 (5). М.: Институт системного анализа РАН, 2010. – С.48-60.

8. МОХОНЬКО Е.З. *О дифференциальной игре с неточным знанием терминального выигрыша*//Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ РАН, 1994. - 64 с.
9. МОХОНЬКО Е.З. *Динамика информационных процессов в неантагонистических играх: дисс. доктора физ.-мат. наук:05.13.17.М.: ВЦ РАН, 1998. - 350с.*
10. МОХОНЬКО Е.З. *Ситуация равновесия при ограниченном запасе времени наблюдения*. Сборник научных трудов XII Международной школы-симпозиума «Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем (АМУР-2018)»14-27 сентября 2018г. Симферополь-Судак. Симферополь: КФУ,2018. – С.318-326.
11. МОХОНЬКО Е.З., НОСЫРЕВ А.В. *Информационные процессы в повторяющейся игре с дополнительным платежом и возмущающим фактором*//Сборник научных трудов. V Международная школа - симпозиум «Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем. 12-18 сентября 2011г, Севастополь». Симферополь: ТНУ, 2011. – С.267-272.
12. МОХОНЬКО Е.З. *Дискретные режимы получения информации в неантагонистической повторяющейся игре двух лиц.* // Материалы одиннадцатой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD-2018» (1-3 октября 2018 г., Москва, Россия). В двух томах. Том I. М.: ИПУ, 2018.- С.314-317. ISBN 978-5-91450-218-5.