Автоматика и телемеханика, № 3, 1997

Развивающиеся системы

УДК 519.714.3

© 1997 г. Д. А. НОВИКОВ, канд. техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПРАВИЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ АКТИВНЫМИ СИСТЕМАМИ. II. МЕХАНИЗМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ[1]

В настоящей работе, во-первых, определяется класс активных систем, в котором оптимальным оказывается согласованный механизм стимулирования. Во-вторых, с использованием результатов работы [1] показывается, что для достаточно широкого класса активных систем оптимальными являются правильные механизмы управления.

1. Введение

Одним из основных требований, предъявляемых к механизмам стимулирования в организационных системах, является их согласованность. В активной системе, состоящей из управляющего органа – центра и одного или нескольких активных элементов (АЭ) [2], при использовании согласованного механизма стимулирования назначаемые центром планы будут выполнены элементами (состояния, выбираемые элементами совпадут с плановыми – желательными с точки зрения центра). Однако, основной характеристикой механизма управления является его эффективность. Исследованию соотношения эффективности и согласованности посвящено значительное число работ [2]. В настоящей работе определяется класс активных систем (предположения А1–А3), в которых при поиске оптимального механизма стимулирования можно без потери эффективности ограничиться классом согласованных механизмов.

В работе [1] был найден класс активных систем, в которых оптимальными оказываются неманипулируемые механизмы планирования. Ниже устанавливается связь между механизмами планирования и механизмами стимулирования и доказывается, что в активных системах, удовлетворяющих предположениям А1–А7 [1] и А1–А3 настоящей работы, оптимальными являются правильные, то есть неманипулируемые и согласованные механизмы управления.

2. Модель активной системы

Рассмотрим активную систему, состоящую из центра и n АЭ с целевыми функциями:

$$(1)\qquad f_i(x_i, y_i, r_i) = h_i(y_i, r_i) - \chi_i(x_i, y_i), \quad i \in I,$$

где $y_i \in A_i$ – действие i-го АЭ, $x_i \in X_i$ – план – желательное с точки зрения центра состояние элемента, $r_i \in \mathbb{R}^1$ – неизвестный центру параметр функции $h_i(\cdot)$ дохода

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 95-01-00327а).

i-го АЭ, $\chi_i(\cdot)$ – функция штрафов, $i \in I$ [2] (некоторые обозначения, используемые ниже, соответствуют введенным в [1]).

Введем следующие предположения.

A1 (A1′). $A_i = X_i = \mathbb{R}^1$, $i \in I$.

A2 (A2′). χ_i – неотрицательная равномерно ограниченная сверху

$$(0 \leqslant \chi_i(x_i, y_i) \leqslant c_i < +\infty, \ \forall y_i \in A_i, \ x_i \in X_i) \quad i \in I$$

кусочно-непрерывная функция.

Обозначим $c = (c_1, c_2, \ldots, c_n)$, $\chi = \{\chi_i\}_{i=1}^n$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$.

A3 (A3′). $h_i \in \mathrm{SP}'$, r_i – точка пика, $i = \overline{1, n}$ [1].

Предположение A1 введено для упрощения доказательств. Можно показать, что в активных системах, в которых действие АЭ (и, соответственно, его план) является конечномерным вектором (A_i и X_i принадлежат $\mathbb{E}^n$), приведенные ниже результаты также имеют место.

Ограниченность функций штрафов (предположение A2) достаточно логична, так как если штрафы не ограничены, то при предположении A3 центр может побудить АЭ выбрать любое действие.

Предположению A3 удовлетворяют функции дохода большинства реальных экономических объектов.

Фиксируем произвольное $r \in \mathbb{R}^n$ и обозначим множество решений игры

$$P(\chi, r, x) = \prod_{i=1}^{n} P_i(\chi_i, r_i, x_i),$$

$$\widetilde{P} = \bigcup_{x \in X} P(\chi, r, x),$$

где

$$P_i(\chi_i, r_i, x_i) = \operatorname{Arg} \max_{y_i \in A_i} \{h_i(y_i, r_i) - \chi_i(x_i, y_i)\}, \quad i \in I, \tag{2}$$

$$X = \prod_{i=1}^{n} X_i.$$

Обозначим множество согласованных планов

$$Q(\chi, r) = \prod_{i=1}^{n} Q_i(\chi_i, r_i),$$

где

$$\begin{aligned} Q_i(\chi_i, r_i) = \{x_i \in X_i : h_i(x_i, r_i) - \chi_i(x_i, x_i) \geqslant \\ \geqslant h_i(y_i, r_i) - \chi_i(x_i, y_i) \, \forall y_i \in A_i\}, \quad i \in I. \end{aligned} \tag{3}$$

Эффективность механизма стимулирования определяется как

$$K = \max_{y \in P} \Phi(x, y),$$

где $\Phi(x, y)$ – целевая функция центра [2]. Использование максимума по множеству решений игры адекватно, если выполнена гипотеза благожелательности [2]. В противном случае центр определяет гарантированный результат.

Задача стимулирования заключается в выборе механизма стимулирования, имеющего максимальную эффективность. Для наших целей достаточно ограничиться анализом множеств решений игры и согласованных планов – чем "больше" эти множества, тем выше эффективность.

3. Оптимальность согласованных механизмов стимулирования

Напомним, что согласованной называется система стимулирования, для которой $Q = \widetilde{P}$ [2]. Согласованные системы стимулирования обладают тем привлекательным свойством, что назначаемые элементам планы выполняются (выбираемые элементами действия совпадают с планами). Возникает вопрос: не снижает ли требование согласованности эффективности? Оказывается, нет. Ниже будет доказано, что в рамках введенных предположений согласованная система стимулирования оптимальна.

Справедливы следующие утверждения:

Лемма 1 (1′). *Если выполнено* A1′ – A3′, *то* Q *– выпуклое замкнутое ограниченное подмножество* $\mathbb{R}^n$.

Доказательство леммы 1 (1′) приведено в приложении.

Лемма 2 (2′). *Если выполнено* A1′ – A3′, *то согласованная система стимулирования* C-*типа:*

$$\chi_i^c(x_i, y_i) = \begin{cases} 0, & y_i \left(\begin{smallmatrix}\leq\\ \geq\end{smallmatrix}\right) x_i \\ c_i, & y_i \left(\gtrless\right) x_i \end{cases}, \quad i \in I \tag{4}$$

имеет при данных ограничениях $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ *механизма стимулирования максимальное множество согласованных планов*

$$Q_i(\chi_i^c, r_i) = \left[x_i^-, x_i^+\right], \quad i \in I,$$

где

$$x_i^- = \min\left\{x_i \in X_i : h_i(x_i, r_i) \geqslant h_i(r_i, r_i) - c_i\right\}, \quad i \in I,$$
$$x_i^+ = \max\left\{x_i \in X_i : h_i(x_i, r_i) \geqslant h_i(r_i, r_i) - c_i\right\}, \quad i \in I.$$

Доказательство леммы 2 (2′) приведено в приложении.

Лемма 3 (3′). *Если выполнено* A1′ – A3′, *то* $\forall \chi P(\chi, r, x) \subseteq Q^*$, *где*

$$Q^* = \prod_{i=1}^{n} \left[x_i^-, x_i^+\right].$$

Доказательство леммы 3 (3′) приведено в приложении.

Следствие. *Если выполнено* A1′ – A3′, *то для любой системы стимулирования найдется согласованная система стимулирования не меньшей эффективности.*

Следствием лемм 5 (5′) и 6 (6′) является следующая

Теорема 1(1′). *Если выполнено* A1′ – A3′, *то система стимулирования* C-*типа оптимальна.*

Доказательство теоремы 1 (1′) приведено в приложении.

Следует отметить, что система стимулирования C-типа, как правило, является не единственной оптимальной системой стимулирования. В частности, в ряде задач существует целое множество оптимальных систем стимулирования (K-типа и т.д.). Ряд утверждений типа теоремы 1 приведен в [2]. Более того, аналогичный теореме 1 результат можно получить для ряда вероятностных активных систем [3, 4].

Таким образом, в настоящем разделе мы показали, что в рамках введенных предположений при поиске оптимальной системы стимулирования достаточно ограничиться классом согласованных систем. Кроме того, можно использовать достаточно простую функцию штрафов C-типа, а не искать экзотических зависимостей.

4. Оптимальность правильных механизмов управления активными системами

В работе [1] было доказано, что для любого механизма планирования существует эквивалентный прямой механизм, то есть неманипулируемый механизм не меньшей эффективности. В разделе 3 было доказано, что для любой системы стимулирования существует согласованная система стимулирования (например, вида (4)) не меньшей эффективности.

Перейдем теперь к рассмотрению механизмов управления, включающих в себя как составные части и механизм планирования, и механизм стимулирования. "Мостом" между результатами предыдущих разделов служит приводимая ниже лемма 4, определяющая для рассматриваемой модели функции предпочтения элементов через целевые функции [1, 2].

Целевые функции АЭ в рассматриваемой задаче стимулирования зависят от неизвестных центру параметров $\{r_i\}_{i=1}^n$ и устанавливаемых центром планов $\{x_i\}_{i=1}^n$. Предположим, как это делалось в работе [1], что $x_i = \pi_i(s)$, где s – сообщения (заявки) элементов, $i \in I$. Тогда в силу теоремы $1(1')$ функция предпочтения i-го АЭ равна

$$(5) \qquad \varphi_i(x_i, r_i) = \max_{y_i \in A_i} \left[h_i(y_i, r_i) - \chi_i^c(x_i, y_i)\right], \quad i \in I.$$

Лемма $4(4')$. *Если выполнено* A1–A3, *то* $\forall i \in I$ *функция предпочтения* φ_i, *определяемая в соответствии с* (5), *принадлежит классу* SP$'$ [1].

Доказательство леммы $4(4')$ приведено в приложении.

Отметим, что, следуя доказательству леммы $4(4')$, можно показать, что, если $h_i \in$ SP, то φ_i, определяемая (5), "почти" принадлежит классу SP ("почти" – из-за того, что при $x_i \notin \left[x_i^-, x_i^+\right]$ в A5 [1] нарушается требование строгой монотонности).

Аналогичный лемме 4 результат можно получить и для некоторых вероятностных активных систем [3, 4].

Утверждения теоремы 1 настоящей работы, теоремы 1 работы [1] и леммы 4 доказывают следующую теорему

Теорема $2(2')$. *Если выполнено* A1$'$ – A3$'$ *и* A1$'$ – A7$'$ [1], *то для любого механизма найдется правильный механизм не меньшей эффективности.*

То есть при поиске оптимального механизма в классе активных систем, удовлетворяющих введенным предположениям, можно ограничиться множеством правильных механизмов.

Сформулируем задачу синтеза оптимального механизма управления. Как отмечалось выше, механизм управления Σ состоит из процедуры планирования и механизма стимулирования, то есть

$$\Sigma = \{\pi(\cdot), \chi(\cdot)\}.$$

Эффективность механизма $K(\Sigma) = \max_{y \in P} \Phi(x, y)$. Определим множество механизмов управления, удовлетворяющих введенным выше и в работе [1] предположениям:

$$\mathfrak{L}_1 = \{\Sigma : \text{A1}' - \text{A3}',\ \text{A1}' - \text{A7}'\,[1]\}.$$

и соответствующее множество правильных механизмов:

$$\mathfrak{L}_2 = \{\Sigma : \text{A1}' - \text{A3}',\ \text{A1}' - \text{A7}'\ [1]$$

$$(6) \qquad \chi \text{ удовлетворяет (4)},$$

$$(7) \qquad P(\chi) = Q^*,$$

$$(8) \qquad x_i \in Q_i, \quad i \in I,$$

$$(9) \qquad \widetilde{r}_i = r_i\ [1],\ i \in I\}.$$

Условие (6) записано в силу теоремы 1, (7) – леммы 3, (8) – леммы 2, (9) – теоремы 1 [1]. В соответствии с результатом теоремы 2 решения задач

$$K(\Sigma) \to \max_{\Sigma \in \mathfrak{L}_1} \tag{10}$$

и

$$K(\Sigma) \to \max_{\Sigma \in \mathfrak{L}_2} \tag{11}$$

совпадают. Этот факт достаточно удивителен, так как, очевидно,

$$\mathfrak{L}_2 \subseteq \mathfrak{L}_1.$$

Однако, при введенных выше предположениях решения задачи синтеза оптимального механизма управления (10) и задачи поиска оптимального правильного механизма (11) совпадают.

В заключение отметим, что теорема об оптимальности систем стимулирования С-типа позволяет достаточно просто решать задачу стимулирования для рассматриваемого класса активных систем.

5. Заключение

Таким образом, определен класс активных систем, в котором оптимальными оказываются согласованные функции стимулирования. Более того, с использованием результатов работы [1] показано, что для систем, удовлетворяющих введенным предположениям, оптимальными являются правильные механизмы управления.

Тот факт, что при поиске оптимального механизма можно ограничиться рассмотрением множества правильных механизмов имеет важное методологическое значение. Действительно, задача (11) может оказаться более сложной с вычислительной точки зрения, нежели задача (10). Однако, использование на практике механизмов, побуждающих элементы к сообщению правды и выполнению обязательств, представляется достаточно разумным.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство леммы 1 (1′). В силу полунепрерывности сверху функций дохода элементов множества Q_i связны и замкнуты (являются отрезками в $\mathbb{R}^1$), а из А3 (А3′) и ограниченности c_i следует их выпуклость и ограниченность.

Лемма 1 (1′) доказана.

Доказательство леммы 2 (2′). Фиксируем произвольное $i \in I$. Очевидно, χ_i^c удовлетворяет А2 (А2′). По лемме 1 (1′) Q_i – выпуклые замкнутые ограниченные множества. Планы x_i^-, x_i^+ являются согласованными в силу своего определения. Докажем максимальность множества $Q_i(\chi_i^c, r_i)$.

Предположим, что существует система стимулирования $\widetilde{\chi}_i$, удовлетворяющая А2 (А2′) и имеющая согласованный план $\widetilde{x}_i$, не принадлежащий множеству $Q_i(\chi_i^c, r_i)$. Для определенности положим $\widetilde{x}_i > x_i^+$. Тогда по определению множества согласованных планов имеет место

$$h_i(\widetilde{x}_i, r_i) - \widetilde{\chi}_i(\widetilde{x}_i, \widetilde{x}_i) \geqslant h_i(y_i, r_i) - \widetilde{\chi}_i(\widetilde{x}_i, y_i) \; \forall y_i \in A_i.$$

Выберем $y_i = r_i$. Тогда

$$h_i(\widetilde{x}_i, r_i) - \widetilde{\chi}_i(\widetilde{x}_i, \widetilde{x}_i) \geqslant h_i(r_i, r_i) - \widetilde{\chi}_i(\widetilde{x}_i, r_i).$$

Так как $x_i^+ \geqslant r_i$ и мы предположили, что $\widetilde{x}_i > x_i^+$, то по определению x_i^+ и А3 (А3′)

$$h_i(r_i, r_i) - h_i(\widetilde{x}_i, r_i) > c_i.$$

Следовательно, имеет место

$$\widetilde{\chi}_i(\widetilde{x}_i, r_i) - \widetilde{\chi}_i(\widetilde{x}_i, \widetilde{x}_i) > c_i,$$

что противоречит А2 (А2′). Случай $\widetilde{x}_i < x_i^-$ рассматривается полностью аналогично.

Лемма 2 (2′) доказана.

Доказательство леммы 3 (3′). Предположим, что существует $i \in I$ и существует функция штрафов χ_i, удовлетворяющая А2 (А2′) такая, что $\exists \widetilde{y}_i \in P_i(\chi_i)$ и $\widetilde{y}_i \notin Q_i$. Положим для определенности, с учетом леммы 1(1′), $\widetilde{y}_i > x_i^+$.

Так как $\widetilde{y}_i$ принадлежит множеству решений игры, то

$$h_i(\widetilde{y}_i) - \chi_i(\widetilde{y}_i) \geqslant h_i(y_i) - \chi_i(y_i) \quad \forall y_i \in A_i.$$

Выберем $y_i = r_i^{\pm}$ и обозначим $h_i\left(r_i^{\pm}, r_i^{\pm}\right) = h_i^{\max}$. Тогда имеет место:

$$h_i^{\max} - h_i(\widetilde{y}_i) \leqslant \chi_i\left(r_i^{\pm}\right) - \chi_i(\widetilde{y}_i). \tag{П.1}$$

Так как $\widetilde{y}_i > r_i^+$, то по определению x_i^+ получаем, что левая часть (П.1) строго больше c_i – противоречие с А3 (А3′).

Лемма 3 (3′) доказана.

Доказательство теоремы 1 (1′). Если максимум целевой функции центра достигается на множестве Q^*, то по лемме 1 существует система стимулирования С-типа, побуждающая АЭ выбрать оптимальное для центра действие. Если максимум целевой функции центра достигается вне множества Q^*, то в соответствии с леммами 2 (2′) и 3 (3′) не существует системы стимулирования, удовлетворяющей А2 (А2′), побуждающей АЭ выбрать более оптимальное для центра действие.

Теорема 1 (1′) доказана.

Доказательство леммы 4 (4′). Фиксируем произвольное $i \in I$. Отметим, что $r_i \in \left[x_i^-, x_i^+\right]$ $\left(\left[r_i^-, r_i^+\right] \subseteq \left[x_i^-, x_i^+\right]\right)$.

При $x_i \notin \left[x_i^-, x_i^+\right]$ максимум (5) по y_i достигается в точке r_i (на отрезке $\left[r_i^-, r_i^+\right]$), и значение функции предпочтения (5) в точности совпадает с $\left[h_i(r_i, r_i) - c_i\right]$ $\left(\left[h_i\left(r_i^{\pm}, r_i^{\pm}\right) - c_i\right]\right)$. При $x_i \in \left[x_i^-, x_i^+\right]$ максимум (5) по y_i достигается в точках x_i или в точках x_i и r_i (x_i и на отрезке $\left[r_i^-, r_i^+\right]$). В последнем случае в силу принципа благожелательности АЭ выберет действие x_i как более выгодное для центра. Значение функции предпочтения при этом равно $h_i(x_i, r_i)$. Таким образом:

$$\varphi_i(x_i, r_i) = \begin{cases} h_i(x_i, r_i), & x_i \in \left[x_i^-, x_i^+\right] \\ h_i(r_i, r_i) - c_i, & x_i \notin \left[x_i^-, x_i^+\right] \end{cases}. \tag{П.2}$$

В силу определений x_i^- и x_i^+ и леммы 1(1′) функция, определяемая (П.2), принадлежит классу SP′ [1]. Более того, при $x_i \in \left[x_i^-, x_i^+\right]$ точки ее “плато” совпадают с точками “плато” функции $h_i(\cdot)$, а при $x_i \notin \left[x_i^-, x_i^+\right]$ она постоянна.

Лемма 4(4′) доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новиков Д. А.* Оптимальность правильных механизмов управления активными системами. I // АиТ. 1997. № 2. С. 154–161.
2. *Бурков В. Н., Кондратьев В. В.* Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981.
3. *Еналеев А. К., Новиков Д. А.* Оптимальные механизмы стимулирования в активных системах с вероятностной неопределенностью. I // АиТ. 1995. № 9. С. 117–126.
4. *Бурков В. Н., Новиков Д. А.* Оптимальные механизмы стимулирования в активных системах с вероятностной неопределенностью. II // АиТ. 1995. № 10. С. 121–126.

Поступила в редакцию 28.12.95

УДК [658.512.2:681.3]:681.3.06

© 1997 г. Э.А. ТРАХТЕНГЕРЦ, д-р техн. наук
(Институт проблем управления РАН, Москва)

ГЕНЕРАЦИЯ, ОЦЕНКА И ВЫБОР СЦЕНАРИЯ В СИСТЕМАХ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Рассматриваются лексико-графический интерфейс, метод автоматической генерации всех допустимых сценариев, их оценка, динамическое изменение параметров и структур сценариев, выбор наиболее предпочтительного сценария.

1. Введение

Ситуации, требующие принятия решений, как правило, содержат большое количество неопределенностей. Их принято разделять на три класса [1]. Это "неопределенности природы", связанные с неполнотой наших знаний о проблеме, по которой принимается решение, "неопределенность противника", связанная с невозможностью учитывать реакцию окружающей среды, в частности, других лиц, на предпринятые действия и, наконец, "неопределенность желаний" или целей лица, принимающего решения. Поскольку решения приходится принимать с учетом многих целей, т.е. многих критериев, и эти цели часто противоречивы, то в большинстве случаев описать их одним показателем невозможно.

Свести задачи с подобными неопределенностями к точно поставленным задачам нельзя в принципе [1]. Для этого надо "снять" неопределенности. Одним из таких способов "снятия" неопределенности является ее субъективная оценка, определяющая предпочтения специалиста, принимающего решения. Ниже рассматриваются методы, позволяющие произвести такую оценку.

2. Лексико-графический интерфейс

Назначение лексического интерфейса – дать возможность лицу, принимающему решения (ЛПР), выразить свои предпочтения в привычных качественных терминах "лучше", "хуже", "хорошо", "плохо" и т.п. с тем, чтобы эти качественные оценки система поддержки принятия решений смогла преобразовать в количественные, позволяющие оценивать эффективность предлагаемых решений и действий с точки зрения предпочтений ЛПР.