

# ДВОЙНОЙ НАИЛУЧШИЙ ОТВЕТ КАК КОНЦЕПЦИЯ СТАБИЛЬНОСТИ ДЛЯ СЕТЕВОЙ ИГРЫ

Базенков Н.И., Корепанов В.О.

(Институт проблем управления РАН, Москва)

n.bazenkov@gmail.com, vkorepanov@ipu.ru

*Вводится новая концепция поведения игроков «двойной наилучший ответ» для формирования сети. Концепция расширяет известную динамику наилучших ответов, используемую в играх формирования сетей. Идея двойного наилучшего ответа применяется для игры, называемой игрой связности с минимумом затрат, где каждый игрок желает связаться с как можно большим количеством других игроков с минимальными индивидуальными затратами на связь. Вводится понятие равновесие в двойных наилучших ответах (РДН) и показывается, что множество РДН ситуаций игры является подмножеством ситуаций равновесных по Нэшу, а также, что РДН сети демонстрируют ряд хороших свойств в сравнении с обычными равновесиями Нэша.*

Ключевые слова: игры формирования сетей, двойной наилучший ответ.

## **Введение**

Теоретико-игровой подход к формированию ad-hoc сетей (сети «как есть», одноранговые сети) исследовался в [4], [8]. Ранее авторы данной статьи анализировали игру, в которой узлы изменяют дальность своего передатчика и формируют связь с каждым узлом в пределах этой дальности. В [1, 2] для этой игры был предложен алгоритм, основанный на двойном наилучшем ответе. В данной работе мы исследуем слегка модифицирован-

ную игру, где действие узла не дальность передатчика, а подмножество его соседей.

## 1. Описание

Рассматривается т.н. игра связности с минимумом затрат, когда каждый игрок хочет быть связан (через путь в графе произвольной длины) с как можно большим числом игроков при минимальных индивидуальных затратах. Ребро  $(i, j)$  появляется в графе, только если оба игрока  $i$  и  $j$  выразили желание быть связанными. Затраты на формирование ребра  $(i, j)$  равны весу  $w_{ij}$  и каждый из  $i$  и  $j$  несёт их, если он желает образовать это ребро. Действием игрока является множество тех рёбер, которые он хочет образовать. Любой профиль действий  $x$  индуцирует граф  $g(x)$ . Исследуются свойства формирующихся сетей (графов) в игре, где игроки используют двойной наилучший ответ.

Мы показываем, что существуют параметры игры, при которых имеются равновесные по Нэшу ситуации с эффективностью  $\Theta(n^\alpha)$  в сравнении с оптимальным решением (минимальным покрывающим деревом - MST). Помимо этого всегда существуют равновесия Нэша, при которых сеть несвязна. Затем вводим концепцию равновесия в двойных наилучших ответах (РДН) и показываем, что сети РДН (сеть, получившаяся в результате РДН) имеют следующие свойства:

1. Связность;
2. Любой РДН профиль является равновесием Нэша;
3. Если сеть является РДН, тогда каждый игрок  $i$  связан с каждой связной компонентой  $g^k$  графа  $g(\emptyset, x_i)$  через ребро  $(i, j^k)$ , так что:  $w_{ij^k} = \min_{j \in g^k} w_{ij}$ ;
4. Если игроки размещены на плоскости, тогда каждая сеть РДН является подграфом графа относительного соседства (Relative Neighbourhood Graph, RNG), хорошо известного в литературе по управлению топологией [9];
5. Из предыдущего пункта следует, что произвольная РДН сеть имеет верхнюю оценку затрат в  $O(n^\alpha)$  больше оп-

тимальной сети. Но не доказано, что это достижимая верхняя оценка, а во всех исследованных случаях РДН сеть имела затраты только в  $O(1)$  раз хуже оптимальной сети.

## **2. Обсуждение**

Концепция двойного наилучшего ответа построена на определении рефлексивных игр [10]. Похожие модели были названы также « $k$ -level» и использовались в [3] для объяснения данных экспериментальных игр «конкурс красоты» и «Охота на оленя».

Двойной наилучший ответ не связан напрямую с концепцией попарной стабильности и различными концепциями кооперативной стабильности, которые были предложены в обширной литературе по формированию социальных и экономических сетей [7]. Заметим, что игроки в нашей модели не кооперируются и выигрыши не трансферабельны.

Дальнейшие исследования, нам кажется, связаны с двумя направлениями. Первое направление это эффективность РДН сетей, вопрос их Парето-эффективности и какова точная верхняя оценка их стоимости? Второе направление – исследование вычислительной и коммуникационной сложности алгоритмов двойного наилучшего ответа в сравнении, например, с распределёнными алгоритмами поиска минимальных покрывающих деревьев [5, 6]. Интересно также рассмотреть другие задачи формирования сетей, с критериями включающими длину путей и т.п.

## ***Литература***

1. БАЗЕНКОВ Н. Динамика двойных наилучших ответов в игре формирования топологии беспроводной ad hoc сети // Управление большими системами: сборник трудов. №43. 2013. С. 217-239.
2. BAZENKOV N. Stability of double best response dynamics for the wireless network formation game // The Eight International

Conference on Game Theory and Management. Collected abstracts. – 2014. – P. 155-157

3. CAMERER C.F., HO T.-H., CHONG J.-K. A Cognitive Hierarchy Model of Games // *The Quarterly Journal of Economics*. – 2004. – Vol. 119, Issue 3. – P. 861-898
4. EIDENBENZ S. et al. Equilibria in Topology Control Games for Ad Hoc Networks and Generalizations // *Mobile Network and Applications*. – 2006. – Vol. 11, No. 2. – P. 143-159
5. EISNER J. State-of-the-art algorithms for minimum spanning trees – A tutorial discussion // *University of Pennsylvania*. – 1997. – URL:<http://www.cs.jhu.edu/~jason/papers/eisner.mst-tutorial.pdf>
6. GARAY J.A., KUTTEN S., PELEG D. A Sublinear Time Distributed Algorithm for Minimum-Weight Spanning Trees // *SIAM J. Comput.* – 1998. – Vol. 27, Issue 1. – P. 302-316
7. JACKSON M.O. *Social and economic networks*. – Princeton Univ. Press. – 2010
8. KOMALI R.S. et al. Effect of Selfish Node Behavior on Efficient Topology Design // *IEEE Trans. on Mobile Computing*. – 2008. – Vol. 7, No. 9. – P. 1057-1070
9. LI X.-Y. Applications of Computational Geometry in Wireless Networks / *Ad Hoc Wireless Networking*. // *Network Theory and Application*. – Vol. 14. – 2004. P. 197-264
10. NOVIKOV D.A., CHKHARTISHVILI A.G. *Reflexion and Control: Mathematical Models*. – CRC Press. – 2014.